

**UNIVERSIDAD NACIONAL INTERCULTURAL “FABIOLA
SALAZAR LEGUÍA” DE BAGUA**

FACULTAD DE INGENIERÍAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



**Análisis sísmico dinámico comparativo de una estructura de 5
niveles mediante el método matricial tridimensional y software
especializado en la región de Piura**

**TESIS PARA OBTENER
EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL**

Autor(a):

Bach. Segundo Marcial Chiclote Alcalde

Asesor(a):

Ing. Mg. Marco Antonio Aguirre Camacho

Coasesor:

Ing. Dr. Emerson Julio Cuadros Rojas

BAGUA – PERU 2025

DEDICATORIA

La presente investigación dedico a mi padre Marcial Chiclote Ocas que está en el cielo.

AGRADECIMIENTO

Agradezco primeramente a Dios por darme salud y lograr mi meta, así mismo también quiero agradecer al PRONABEC.

DECLARATORIA DE AUTENTICIDAD DEL ASESOR

Yo, Aguirre Camacho, Marco Antonio, docente de la escuela profesional de ingeniería Civil de la Universidad Nacional Intercultural Fabiola Salazar Leguía de Bagua, asesor del informe de tesis titulado: Análisis sísmico dinámico comparativo de una estructura de 5 niveles mediante el método matricial tridimensional y software especializado en la región de Piura" del autor Chicote Alcalde Segundo Marcial, constato que la investigación tiene un índice de similitud de 14% verificable en el reporte de originalidad del programa Turnitin, el cual ha sido realizado sin filtros, ni exclusiones.

He revisado dicho reporte y concluyo que cada uno de las coincidencias detectadas no constituyen al plagio. A mi leal saber y entender el proyecto de investigación cumple con las normas para el uso de citas y referencias establecidas por la Universidad Nacional Intercultural Fabiola Salazar Leguía de Bagua.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigentes de la Universidad Nacional Intercultural Fabiola Salazar Leguía de Bagua.

Bagua, 16 de diciembre del 2025

Apellidos y Nombres del Asesor: Aguirre Camacho, Marco Antonio	
DNI: 26709985	FIRMA 
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1485-7393	
CORREO: maguirre@unibagua.edu.pe	

DECLARATORIA DE ORIGINALIDAD DEL AUTOR

Yo, Chiclote Alcalde, Segundo Marcial, egresado de la escuela profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Intercultural Fabiola Salazar Leguía de Bagua, declaró bajo juramento que todos los datos e información que acompañe al informe de tesis titulado: "Análisis sísmico dinámico comparativo de una estructura de 5 niveles mediante el método matricial tridimensional y software especializado en la región de Piura" es de mi autoría, por lo tanto, declaro que el proyecto de investigación:

- 1). No ha sido plagiado ni total, ni parcial.
- 2) He mencionado todas las fuentes empleadas, identificando correctamente toda cita textual o de paráfrasis provenientes de otras fuentes.
- 3) No ha sido publicado ni presentado anteriormente para la obtención de otro grado académico o título profesional.
- 4) Los datos presentados en los resultados no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados

En tal sentido, asumo la responsabilidad que corresponde ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigente de la Universidad Nacional Intercultural Fabiola Salazar Leguía de Bagua.

Bagua, 21 de octubre del 2025.

Apellidos y Nombres del Autor: Chiclote Alcalde, Segundo Marcial	
DNI: 45987969	FIRMA:
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3355-4363	
CORREO: schiclotea@unibagua.edu.pe	

ÍNDICE DE CONTENIDOS

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTO	iii
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	vi
LISTA DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE TABLAS	ix
RESUMEN	xii
INTRODUCCIÓN	14
I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	15
1.1. Determinación del problema de investigación	15
1.2. Formulación del problema.....	15
1.3. Objetivos: General y específicos	16
1.4. Importancia y alcances de la investigación.....	17
1.5. Justificación de la investigación	18
II. MARCO TEÓRICO	18
2.1. Antecedentes de estudio.....	18
2.2. Bases Teóricas de la primera y segunda variable.....	22
2.3. Definición de términos básicos	41
III. HIPÓTESIS	44
3.1. Hipótesis	44
3.2. Variables	45
3.3. Operacionalización de variable	46

IV. MÉTODOLOGIA.....	48
4.1. Enfoque de la investigación	48
4.2. Tipo de investigación.....	48
4.3. Diseño de investigación	48
4.4. Método.....	48
4.5. Población y muestra.....	50
4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	50
4.7. Validez y confiabilidad de instrumentos	51
V. RESULTADOS.....	51
5.1. Análisis estructural método matricial tridimensional	51
5.2. Análisis estructural método computacional.....	79
5.3. Comparativo de resultados entre ambos métodos	92
5.4. Validación de hipótesis.....	93
5.5. Discusión de resultados	98
VII. CONCLUSIONES.....	101
VIII. RECOMENDACIONES	102
IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	103
ANEXOS	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Factor Zona	23
Figura 2 Desplazamientos Laterales.	31
Figura 3 Matriz de Flexibilidad	34
Figura 4 Plano vista en planta de la estructura	53
Figura 5 Vista 3D de la estructura	54
Figura 6 Dibujo de la Estructura.	80
Figura 7 Configuración de los materiales.....	80
Figura 8 Selección de material.	81
Figura 9 Configuración de secciones.....	81
Figura 10 Dibujo de la estructura.....	82
Figura 11 Discretización de los muros de corte	82
Figura 12 Configuración de patrones de carga.	83
Figura 13 Configuración del peso sísmico	84
Figura 14 Configuración del espectro de aceleración	84
Figura 15 Espectro de respuesta.....	85
Figura 16 Asignación de cargas.....	85
Figura 17 Asignación de diafragma rígido.....	86
Figura 18 Configuración de relaxis.	86
Figura 19 Especificación de modos	87
Figura 20 Modelado en 3D	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Zonas Sísmicas.....	23
Tabla 2	Factor de suelo "S" parámetro para determinar el coeficiente sísmico	24
Tabla 3	Periodos T_p Y T_L	24
Tabla 4	Factor "U" para determinar el coeficiente sísmico	25
Tabla 5	Coeficiente básico de reducción (R_o) de acuerdo con el sistema estructural	27
Tabla 6	Factor de irregularidad en altura (I_a)	27
Tabla 7	Factor de irregularidad en planta (I_p)	28
Tabla 8	Límites para la distorsión del entre piso	32
Tabla 9	Variable 1: Análisis dinámico modal espectral	45
Tabla 10	Variable 2: Respuesta dinámica estructural.....	45
Tabla 11	Matriz de operacionalización de variables.	46
Tabla 12	Centro de Masa de la Estructura	54
Tabla 13	Metrado de Cargas	55
Tabla 14	Vectores de posición.	55
Tabla 15	Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 1 KK	56
Tabla 16	Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 2 KK	56
Tabla 17	Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 3 KK	57
Tabla 18	Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 4 KK	57
Tabla 19	Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico 5 KK	58
Tabla 20	Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico A KK	58
Tabla 21	Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico B KK	59
Tabla 22	Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico C KK	59
Tabla 23	Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico D KK	60
Tabla 24	Matriz de Rigidez Tridimensional Total de la Estructura [K]	61
Tabla 25	Matriz de valores propios o eigen valores de la estructura [A]	62
Tabla 26	Matriz modal o de vectores propios $[\emptyset]$	63

Tabla 27 Matriz de Masa Inercial $[M]$	64
Tabla 28 Matriz de masa modal $[M^*]$	65
Tabla 29 Matriz de rigidez modal $[K^*]$	66
Tabla 30 Matriz de participación modal de masa $[r^*]$	67
Tabla 31 Modos de vibración de la estructura.....	68
Tabla 32 Aceleración espectral	68
Tabla 33 Matriz de respuesta modal $[n]$	69
Tabla 34 Matriz de transformación a coordenadas globales $[D]$	70
Tabla 35 Matriz de fuerzas inerciales $[F]$	71
Tabla 36 Inversa de la matriz de rigidez tridimensional $[K]^{-1}$	72
Tabla 37 Resultado del centro de masa de la estructura dirección x-x.....	74
Tabla 38 Resultado del Pórtico 1 dirección x-x	74
Tabla 39 Resultados del pórtico 2 dirección x-x.....	74
Tabla 40 Resultados del pórtico 3 dirección x-x	74
Tabla 41 Resultados del pórtico 4 dirección x-x	75
Tabla 42 Resultados del pórtico 5 dirección x-x	75
Tabla 43 Matriz de respuesta modal $[n]$	76
Tabla 44 Matriz de transformación a coordenadas globales $[D]=[\emptyset][n]$	76
Tabla 45 Matriz de fuerzas inerciales $[F]=[K][D]$	77
Tabla 46 Vector de fuerzas inerciales modales	77
Tabla 47 Vector de desplazamientos $[D]$	78
Tabla 48 Resultado del centro de masa de la estructura dirección y-y.....	78
Tabla 49 Resultados del pórtico A, dirección y-y	78
Tabla 50 Resultados del pórtico B, dirección y-y	79
Tabla 51 Resultados del pórtico C, dirección y-y	79
Tabla 52 Resultados del pórtico D, dirección y-y	79
Tabla 53 Frecuencias y Periodos de Vibración	88

Tabla 54 Modos de vibración	89
Tabla 55 Análisis del pórtico 1	89
Tabla 56 Análisis del pórtico 2	90
Tabla 57 Análisis del pórtico 3	90
Tabla 58 Análisis del pórtico 4	90
Tabla 59 Análisis del pórtico 5	91
Tabla 60 Análisis del pórtico A	91
Tabla 61 Análisis del pórtico B	91
Tabla 62 Análisis del pórtico C	92
Tabla 63 Análisis del pórtico D	92
Tabla 64 Análisis de resultados del pórtico 1, dirección x-x.....	94
Tabla 65 Análisis de resultados del pórtico 2, dirección x-x.....	94
Tabla 66 Análisis de resultados del pórtico 3, dirección x-x.....	95
Tabla 67 Análisis de resultados del pórtico 4, dirección x-x.....	95
Tabla 68 Análisis de resultados del pórtico 5, dirección x-x.....	96
Tabla 69 Análisis de resultados del pórtico A, dirección y-y	96
Tabla 70 Análisis de resultados del pórtico B, dirección y-y	97
Tabla 71 Análisis de resultados del pórtico C, dirección y-y.....	97
Tabla 72 Análisis de resultados del pórtico D, dirección y-y.....	98

RESUMEN

El análisis sísmico dinámico modal espectral de una estructura de cinco niveles se realiza mediante dos enfoques de cálculo distintos: el método matricial en un sistema 3D y el método computacional utilizando software especializado en estructuras SAP 2000 v 24. El análisis estructural mediante matrices en un sistema tridimensional, la estructura se discretiza en tres grados de libertad por nivel D_x, D_y, D_θ ; se obtiene el peso sísmico por nivel y el momento de inercia polar de masa $[I_\theta]$ previamente calculados se ensambla la matriz de masa inercial $[M]$ y con las matrices r_{dk} y β_k , respecto al centro de masa, las rigideces laterales de cada pórtico $[K_{pk}]$, previamente calculados se ensambla la matriz de rigidez tridimensional de cada pórtico $[K_K]$ cuya suma de matrices se ensambla la matriz de rigidez lateral tridimensional de la estructura $[K]$. El análisis dinámico modal de la estructura por el procedimiento matricial, se calcula mediante el algoritmo del método Jacobi; obteniendo la matriz modal o vectores propios $[\phi]$ y la matriz de valores propios $[A]$, para obtener posteriormente la matriz de masa modal $[M^*]$, la matriz de rigidez modal $[K^*]$ y la matriz de participación modal de masa $[r^*]$; con las matrices $[K^*]$ y $[M^*]$ se obtienen frecuencias y periodos de cada modo de vibración; la transformación conduce a coordenadas generalizadas resultan ser matrices diagonales, en consecuencia, se tiene un sistema de ecuaciones desacopladas. “El análisis dinámico espectral se calcula transformando nuevamente las coordenadas generalizadas a coordenadas globales y con la matriz de transformación $[D]$ evaluamos la respuesta de la estructura” (Copa, 1993).

PALABRAS CLAVE: Análisis sísmico dinámico modal espectral, método matricial en un sistema 3D, método computacional, método Jacobi.

ABSTRACT

The spectral modal dynamic seismic analysis of a five-level structure is performed using two different calculation approaches: the matrix method in a 3D system and the computational method using specialized structural software SAP 2000 v 24. Structural analysis using matrices in a three-dimensional system, the structure is discretized into three degrees of freedom per level D_x, D_y, D_θ ; the seismic weight per level and the polar moment of inertia of mass $[I_\theta]$ are obtained previously calculated, the inertial mass matrix $[M]$ is assembled and with the matrix $r_{dk} \text{ y } \beta_k$, with respect to the center of mass, the lateral stiffnesses of each frame $[K_{pk}]$, previously calculated, the three-dimensional stiffness matrix of each frame $[K_K]$ is assembled, whose sum of matrices the three-dimensional lateral stiffness matrix of the structure is assembled $[K]$. The modal dynamic analysis of the structure by the matrix procedure is calculated using the Jacobi method algorithm; obtaining the modal matrix or eigenvectors $[\phi]$ and the eigenvalue matrix $[A]$, to subsequently obtain the modal mass matrix $[M^*]$, the modal stiffness matrix $[K^*]$ and the modal mass participation matrix $[r^*]$; with the matrices $[K^*]$ and $[M^*]$ the frequencies and periods of each vibration mode are obtained; the transformation leads to generalized coordinates that turn out to be diagonal matrices, consequently, a system of decoupled equations is obtained. "The dynamic spectral analysis is calculated by transforming the generalized coordinates back into global coordinates and with the transformation matrix $[D]$ we evaluate the response of the structure" (Copa, 1993).

KEYWORDS:

Spectral modal dynamic seismic analysis, matrix method in a 3D system, computational method, Jacobi method.

INTRODUCCIÓN

"El análisis dinámico modal espectral es una herramienta fundamental en la ingeniería estructural para evaluar la respuesta de estructuras ante cargas dinámicas, como terremotos o vientos fuertes. La utilización de matrices en este tipo de análisis permite una representación precisa de la dinámica de la estructura y la evaluación de su comportamiento bajo diferentes escenarios de carga. En este contexto, el software SAP 2000 se ha establecido como una herramienta ampliamente utilizada para el análisis y diseño de estructuras, gracias a su capacidad para realizar análisis dinámicos modales espectrales de manera eficiente y precisa. Esta investigación se enfoca en realizar un análisis dinámico modal espectral de una estructura utilizando matrices y el software SAP 2000, con el objetivo de evaluar la respuesta de la estructura ante diferentes escenarios de carga e identificar las principales características dinámicas que influyen en su comportamiento. A través de este análisis, se busca contribuir a la comprensión de la dinámica estructural y mejorar la precisión en el diseño y evaluación de estructuras sometidas a cargas dinámicas."

Los programas de cómputo de análisis y diseño de estructuras presentan resultados directos después de modelar y asignar cargas que facilita el cálculo, la poca experiencia implica a una dependencia total de la tecnología, es por esta razón este estudio se utilizará el método matricial tridimensional nos permitirá realizar un comparativo de resultados con ambos métodos a fin incrementar la fiabilidad y entender los conceptos básicos del cálculo estructural obtenidos a través del software especializado SAP 2000 v24 , en un análisis sísmico dinámico tridimensional de una estructura, cuya matriz relevante en el método matricial es la matriz modal desarrollado mediante el algoritmo del método de Jacobi.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Determinación del problema de investigación

(IGP, 2022)“Perú es reconocido por su alta actividad sísmica, se sitúa en el Cinturón de Fuego del Pacífico”. El país está subdividido en cuatro regiones sísmicas, y el área bajo investigación se localiza en Piura, específicamente en la zona 4 según lo establecido en la normativa técnica " E.030 Diseño Sismorresistente" del reglamento nacional de edificaciones.

Según (ADI, 2019)“Se estima que, en Perú, aproximadamente el 95% de las expansiones urbanas no cuentan con autorización formal, y el 80% de las casas son construidas por los propios habitantes. Esta cifra se incrementa hasta un 90% en áreas periféricas de las ciudades. Esta situación hace que muchas de estas viviendas sean especialmente susceptibles a los desastres naturales.”

Se necesita llevar a cabo un análisis sísmico detallado para las estructuras ubicadas en la zona 4, asegurando que cumplan con los requisitos sísmicos estipulados en la normativa técnica E.030 "Diseño Sismo Resistente" del Reglamento Nacional de Edificaciones, el análisis estructural es un proceso preliminar al diseño estructural, para poder llevar a cabo el análisis existen dos métodos que el profesional lo realiza, uno de ellos el cálculo matricial lo cual es muy tedioso y laborioso, y el otro método programas de cómputo que calculan de forma directa , estos facilitan el cálculo como es el software SAP 2000.

1.2. Formulación del problema

1.2.1 Problema General

¿Cómo se puede incrementar la fiabilidad de los resultados obtenidos mediante el Software especializado SAP 2000 en un análisis sísmico dinámico Modal Espectral, utilizando el método matricial tridimensional, para una estructura de cinco niveles de concreto armado, ubicada en la Zona 4 de Perú?

1.2.1. Problemas Específicos

¿Cómo calcular y analizar los modos, frecuencias y periodos de vibración de una estructura de 5 niveles de concreto armado en un análisis sísmico dinámico modal espectral mediante el método matricial y software SAP 2000 v.24 para una Zona 4 de Perú?

¿Cuáles son las fuerzas inerciales modales más relevantes que producen los desplazamientos elásticos de una estructura de concreto armado de 5 niveles con muros de corte en un análisis dinámico modal espectral para una zona altamente sísmica?

¿Cómo calcular los desplazamientos relativos inelásticos de la estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado con cada método a fin de determinar si las derivas cumplen con la norma E.030 Diseño Sismorresistente del Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) en un análisis sísmico dinámico modal Espectral en la zona 4 de Perú?

1.3. Objetivos: General y específicos

1.2.2. Objetivo General

Realizar el Análisis Sísmico Dinámico Modal Espectral a una estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado mediante el cálculo matricial tridimensional y el uso del programa de cálculo estructural Software SAP 2000v.2024 con el fin de comparar los resultados obtenidos con ambos métodos en términos de confiabilidad y precisión para una zona 4 del Perú.

1.2.3. Objetivos Específicos

- Calcular y analizar los modos de vibración, frecuencias y periodos de una estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado, mediante el cálculo matricial tridimensional y el software de cálculo estructural SAP 2000 v.24 en un análisis sísmico dinámico modal espectral.
- Evaluar las fuerzas inerciales modales más relevantes y calcular los desplazamientos elásticos de una estructura de 5 niveles con muros de corte, en

cada pórtico matricialmente y comparar los desplazamientos elásticos con los resultados del Software de cálculo estructural SAP 2000.v2024 en los pórticos para cada dirección.

- Determinar los desplazamientos relativos inelásticos en los pórticos con cada método a fin de comparar los resultados en términos de confiabilidad y verificar si las derivas cumplen con la norma E.030 Diseño Sismorresistente del RNE, de una estructura de cinco niveles con muros de corte de concreto armado para una zona 4 de Perú.

1.4. Importancia y alcances de la investigación

El análisis sísmico Dinámico Modal Espectral es crucial en las estructuras que albergan vidas humanas y salvaguardar el patrimonio, el cálculo matricial tridimensional nos permite entender de una manera más concreta los resultados obtenidos mediante el uso de los programas de cálculo asistido por computadoras, el Software SAP 2000, nos permite entender el comportamiento de la estructura ante movimientos sísmicos porque simula la estructura y nos presenta los diferentes modos de vibración visualizando la masa efectiva que participa en cada modo y lo cual se puede analizar si existe problemas de torsión en dicha estructura.

Es importante que los valores de los resultados sean comparados en términos confiabilidad y comprensión de resultados, por lo que la presente investigación reviste una relevancia fundamental en el ámbito de la ingeniería sísmica, dado su enfoque en la mejora de la confiabilidad de los resultados obtenidos a través del software SAP 2000 en un análisis sísmico tridimensional. Esta relevancia se acentúa aún más al considerar el contexto específico de la Zona 4 de Perú, una región geográfica conocida por su exposición a eventos sísmicos significativos.

El uso de programas de cómputo agiliza el cálculo para estructuras en un análisis tridimensional usa el método de elementos finitos los cuales deben tener valores muy cercanos con el cálculo matricial, si bien es cierto antes de analizar una estructura es necesario saber modelar la estructura correctamente y asignar las cargas presentes en la estructura y así mismo someter la estructura a un espectro pseudo aceleración para el análisis dinámico modal espectral.

1.5. Justificación de la investigación

Existen varios motivos que respaldan la realización de esta investigación:

La Zona 4 de Perú se caracteriza por su alta actividad sísmica, lo que demanda un análisis riguroso y confiable de las estructuras. Mejorar la precisión de los resultados de análisis sísmicos en esta zona es esencial para garantizar la seguridad y estabilidad de las edificaciones.

La correcta interpretación de los resultados de análisis sísmicos es crucial para el diseño de estructuras capaces de resistir cargas sísmicas. Al perfeccionar la confiabilidad de los resultados del software SAP 2000, se logra una mayor precisión en la definición de los elementos estructurales y refuerzos necesarios.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de estudio

2.1.1. Antecedentes Internacionales

Según (Ordoñez et al., 2019) su estudio, planeo llevar a cabo el análisis de una estructura de concreto a porticado utilizando el método directo de diseño sísmico basado en desplazamiento (DDBD), y compararlo con el enfoque de fuerzas horizontales establecido en el reglamento colombiano de construcción sismo resistente (NSR-10).

Además, los autores analizan la estructura ya existente de cinco niveles con ambos métodos, en el método FHE de su norma (NSR-10) determina las diferentes masas de la estructura y cargas distribuidas vivas de acuerdo al uso de edificación establecida en su norma, al igual que la fuerza sísmica ,y momentos torsionales, modela la estructura en programas de cómputo en SAP 2000 y ETABS, lo cual agrega las diferentes cargas, fuerzas sísmicas y momentos torsionales determinados por el método FHE, para su respectivo análisis.

El enfoque del método directo de diseño sísmico basado en desplazamientos (DDBD) implica examinar la estructura existente según lo estipulado en el Reglamento Colombiano de

Construcción Sismo Resistente (NSR-10). Se utiliza el espectro de desplazamiento proporcionado en el reglamento junto con los datos de microzonificación sísmica específicos de la ciudad de Bogotá.

De la misma forma para este método DDBD, modela la estructura en el SAP2000 y ETABS, se aplican los resultados obtenidos del método a los programas de cómputo para su respectivo análisis. Analiza y compara ambos resultados obtenidos de los programas lo cual concluye lo siguiente:

Ambos programas empleados para la modelación proporcionaron resultados idénticos en términos de derivas, con una variación mínima del 0.001 %. Esta diferencia se atribuye a la precisión de los cálculos realizados por cada programa, así como a la forma en que presentan los resultados: en ETABS, los desplazamientos se muestran en forma de porcentaje, mientras que en SAP2000 se presentan los desplazamientos en las direcciones X y Y.

Según (García et al., 2021) el objetivo del proyecto es examinar el comportamiento estructural individual de los bloques del Edificio de Docentes N°1 de la Universidad Técnica de Manabí. Después de obtener los resultados y evaluar su conformidad con las directrices establecidas en la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC, 2015), se pretende introducir sistemas de refuerzo para mejorar la capacidad sísmica de las estructuras existentes, con el fin de fortalecer la estabilidad del edificio frente a posibles terremotos.

Donde concluye que:

Los reforzamientos realizados a la estructura cumplieron con los parámetros sísmicos que establece la norma NEC, en cuantos a los desplazamientos de piso y el porcentaje de masa participativa.

Después de evaluar el bloque de la escalera, se observó que las derivas de piso se encuentran dentro del rango permitido según la NEC-2015, lo que llevó a la conclusión de que no es necesario implementar ningún refuerzo. Por otro lado, el Edificio de Ciencias Humanísticas

demostró una notable flexibilidad durante el sismo del 16A, y actualmente se encuentra estable en condiciones adecuadas para su propósito original de construcción. Sin embargo, un análisis sísmico post-terremoto reveló que la estructura no sería capaz de resistir otro sismo de igual o mayor magnitud debido a sus considerables desplazamientos.

2.1.2. Antecedentes Nacionales

Según (Copa, 1993) en su libro Cálculo Sísmico de Estructuras, realiza el análisis dinámico modal espectral mediante cálculos matriciales en tres dimensiones, considerando tres grados de libertad por nivel, bajo la asunción de que la losa se comporta como un diafragma horizontal. Analiza de un edificio de 1 solo piso y 5 ejes , desacoplando el sistema de ecuaciones a base de la matriz de vectores propios $[\Phi]$, obteniendo como resultados de la frecuencias en cada modo de vibración de 21.72(primer modo), 30.218 (segundo modo) y 44.72 (tercer modo), considerando el 100% en la dirección x-x, y 30% en la dirección y-y de la aceleración del terreno , dichos resultados de fuerzas inerciales fueron los siguiente 6.039 Tn para la dirección x-x, 1.627 ton para la dirección y-y, 0.659 tn para el giro, obteniendo como desplazamientos dinámico del centro de masa para x-x de 0.001002m, 0.000303m para la dirección y-y; y -0.000056 rad., así mismo analizando en la dirección y-y, considerando el 30% de la aceleración del terreno para x-x , y 100% para y-y, obteniendo como resultado la fuerza inercial 3.576tn para la dirección x-x, 5.598tn para la dirección y-y, desplazamientos de 0.00042m para x-x , 0.00170m para y-y, y para el giro 0.00004 rad.

Según (Cevasco & Condo, 2020) en su estudio, se enfocó en examinar el comportamiento sísmico dinámico de un edificio de 37 niveles con disipadores de fluido viscoso en la Victoria. La implementación de estos disipadores de energía permitió analizar la estructura existente utilizando el software ETABS 18.1.1. A través de este proceso, se logró determinar los desplazamientos, derivas y fuerzas cortantes máximas de la edificación. Después de varias iteraciones, se obtuvieron todos los resultados previstos por el modelo seleccionado, confirmando la hipótesis planteada. Se determinaron los valores de desplazamiento máximo del edificio con

disipadores de fluido viscoso, alcanzando los 14.35 cm en la dirección X y los 22.66 cm en la dirección Y, ambos registrados en la azotea del edificio. Además, concluyo mencionando lo siguiente:

Las derivas máximas del edificio equipado con disipadores de fluido viscoso son de 0.004247 en la dirección X y 0.006494 en la dirección Y, ambas registradas en el nivel 27. Estos resultados muestran una disminución promedio del 26.11% en la dirección X y del 20.78% en la dirección Y en comparación con la estructura sin disipadores.

Los desplazamientos generados por el edificio con disipadores de fluido viscoso muestran una reducción promedio del 31.38% en la dirección X y del 41.67% en la dirección Y en comparación con la estructura convencional.

Según (Barreto & Samaniego, 2021) en su investigación, se propuso llevar a cabo un análisis sismorresistente de una edificación de seis niveles en Pueblo Libre, aplicando las normativas E0.30-2014 y E0.30-2018. Para el modelado sísmico del edificio, se utilizó el software especializado en estructuras ETABS, empleando el análisis modal espectral y considerando las dimensiones originales de los elementos estructurales según los planos. Asimismo, se realizó un modelado modal espectral similar utilizando el software Cypecad para verificar los elementos estructurales, revelando que no cumplían ciertos parámetros establecidos en la normativa de concreto armado E0.60.

Según (Rupay et al., 2023) en su revista publicada "Comparación de los resultados del cálculo de la rigidez lateral de una estructura simétrica con arriostres" emplea el método directo de la rigidez para determinar la rigidez lateral de la mencionada estructura. Posteriormente, se procedió a validar estos cálculos utilizando los programas SAP 2000 y Ftoot. Se llevó a cabo un análisis comparativo de los resultados de la rigidez lateral obtenidos mediante ambos métodos para verificar su concordancia. Además, se generaron diagramas de fuerzas, momentos y cortantes basados en los resultados finales de todo el análisis realizado. A partir de estos procesos, se llegaron a las siguientes conclusiones.

El resultado final de la rigidez lateral que se calculó de forma manual y también los que se obtuvieron utilizando la aplicación de los softwares de ingeniería. Esto fue bastante productivo ya que en los tres resultados si se calcularon y coincidieron ya que como habíamos predeterminado de que cuando se resuelve el Método Directo de la Rigidez si es que aplicas bien el cálculo de las deformadas en cada elemento entonces no habrá variaciones en los resultados finales.

2.2. Bases Teóricas de la primera y segunda variable

2.2.1. Norma Técnica Peruana E.020 Cargas

La norma técnica peruana E-020 nos explica las diferentes cargas existentes en las estructuras considerando que todas las edificaciones deben soportar dichas cargas preservando la estructura y la vida de los ocupantes. Las cargas pueden variar dependiendo el uso y trabajo que esté sometido la estructura.

- a) Carga muerta:** Es el peso de la propia estructura, incluyendo todos los elementos que le componen, como columnas, vigas, losas, muros, etc.
- b) Carga viva:** Es el peso de todos los elementos que ocupan los espacios de la estructura, ya sea personas, objetos y materiales.

2.2.2. Norma Técnica Peruana E.030 Diseño Sismorresistente

Esta norma nos presenta los requisitos y criterios para el análisis y diseño de estructuras resistentes a los sismos en el Perú, teniendo estas edificaciones un comportamiento optimo sísmico con el fin de evitar pérdidas de vidas humanas y salvaguardar la misma estructura.

Según dicha norma nos explica que el Perú se encuentra dividido en cuatro zonas de riesgo sísmico, que se definen según la intensidad del sismo y la frecuencia de ocurrencia, como se muestra en la figura 1., cada zona se le indico un factor de zona, representada por la letra Z, que representa el primer parámetro sísmico, interpretándose como una fracción de la aceleración de la gravedad.

Figura 1

Factor Zona



Nota. Mapa de zonas sísmicas. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

Tabla 1

Zonas Sísmicas

ZONA	Z		
4	0.45	ZONA	Z
3	0.35	4	0.45
2	0.25	3	0.35
1	0.1	2	0.25
		1	0.1

Nota. Tabla de zonas sísmicas. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

La norma E.030 Diseño sismorresistente establece parámetros importantes para el análisis sísmico que tiene mucha influencia el tipo suelo, el cual se encuentra dividido en cinco.

a) Perfil Tipo S0: Roca Dura

b) Perfil Tipo S1: Roca o suelo muy rígido

- b) **Perfil Tipo S2:** Suelos Intermedios
- c) **Perfil Tipo S3:** Suelos blandos
- d) **Perfil Tipo S4:** Condiciones Excepcionales

Definido el tipo de suelo donde se construirá la estructura, la norma nos presenta los parámetros de sitio para el análisis sísmico.

Tabla 2

Factor de suelo "S" parámetro para determinar el coeficiente sísmico

Factor de suelo "S"				
Suelo	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
Zona				
Z4	0.80	1.00	1.05	1.10
Z3	0.80	1.00	1.15	1.20
Z2	0.80	1.00	1.20	1.40
Z1	0.80	1.00	1.60	2.00

Nota. Tabla de Factor de Suelo. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

Tabla 3

Periodos T_p Y T_L

Periodos " T_p " Y " T_L "				
	Perfil de suelo			
	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
$T_p(S)$	0.3	0.4	0.6	.0
$T_L(S)$	3.0	2.5	2.0	.6

Nota. Tabla de Factor de amplificación sísmica. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

De acuerdo con las características de sitio, la norma E.030 Sismorresistente presenta el valor del factor de amplificación sísmica (C) en las siguientes expresiones:

$$T < T_P \quad C = 2.5$$

$$T_P < T < T_L \quad C = 2.5 * \frac{T_P}{T}$$

$$T < T_L \quad C = 2.5 * \frac{T_P * T_L}{T^2}$$

Siendo T Periodo de la edificación T_P , Periodo corto y T_L el periodo largo de acuerdo al tipo de suelo. En la tabla N°3 se define el valor de factor de uso “U”, esto depende del tipo de uso de la edificación, tal como se muestra en la tabla se obtiene el valor

Tabla 4

Factor "U" para determinar el coeficiente sísmico

Categoría	Descripción	Factor “U”
A	Establecimientos de salud del sector salud, municipalidades, cuarteles de las fuerzas armadas, I.E educativas.	Ver nota 1
	Edificaciones Esenciales	1.5
	Edificaciones donde se reúnen gran cantidad de personas tales como cines, teatros, estadios, coliseos,	1.3
B	centros comerciales, terminales de pasajeros, establecimientos penitenciarios.	
C	Edificaciones comunes tales como: Viviendas, oficinas, hoteles, restaurantes, depósitos e instalaciones industriales.	1
	Edificaciones Comunes	
D	Construcciones provisionales para depósitos, casetas y otras similares.	Ver nota 2
Edificaciones temporales		

Nota. Tabla de Categorías de Edificación. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

a. Sistemas estructurales de concreto armado

a.1. Pórticos: La norma menciona que un sistema a porticado es aquel que por lo menos el 80% de la fuerza cortante en la base actúa sobre las columnas de los pórticos.

a.2. Muros estructurales: Es aquel sistema en la cual la resistencia sísmica está dada por los muros, como mínimo un 70% de la fuerza cortante en la base.

a.3. Dual: Es un sistema que tienen una combinación de pórticos y muros estructurales, donde la fuerza cortante en base del edificio actúa en los muros entre el 20% a 70%.

a.4. Edificaciones de muros de ductilidad Limitada: Estas edificaciones son los que tienen un sistema estructural donde la resistencia sísmica y de cargas de gravedad está dada por muros de concreto de espesores reducidos que no hay necesidad en los extremos de confinamiento.

Los tipos de sistemas de construcción utilizados se clasifican según los materiales y sistemas de estructuración sismorresistente para cada dirección de análisis, de esto depende el parámetro de coeficiente básico de reducción " R_0 ".

Tabla 5

Coeficiente básico de reducción (R_0) de acuerdo con el sistema estructural

Sistema Estructural	Coeficiente Básico de Reducción R_0(*)
Acero:	
Pórticos Especiales Resistentes a Momentos (SMF)	8
Pórticos Intermedios Resistentes a Momentos (IMF)	7
Pórticos Ordinarios Resistentes a Momentos (OMF)	6
Pórticos Especiales Concéntricamente Arriostrados (SCBF)	8
Pórticos Ordinarios Concéntrico-Arriostrados (OCBF)	6
Pórticos Excéntricamente Arriostrados (EBF)	8
Concreto Armado:	
Pórticos	8
Dual	7
De muros estructurales	6
Muros de ductilidad limitada	4

Nota. Tabla de Coeficientes de reducción. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

b. Factores de Irregularidad (I_a , I_p)

Para definir el coeficiente de reducción a las fuerzas sísmicas, “ R ” se tomará en cuenta la irregularidad en altura y en planta, estos valores se obtienen de acuerdo con las siguientes tablas:

Tabla 6

Factor de irregularidad en altura (I_a)

Irregularidades Estructurales en Altura	Factor de Irregularidad (I_a)
Irregularidad de Rigidez -Piso Blando	0.75
Irregularidad de Resistencia – Piso Débil	0.75
Irregularidad Extrema de Rigidez	0.5
Irregularidad Extrema de Resistencia	0.5
Irregularidad de Masa o Peso	0.9
Irregularidad Geométrica Vertical	0.9
Discontinuidad en los Sistemas Resistentes	0.8
Discontinuidad extrema de los Sistemas Resistentes	0.6

Nota. Factor de Irregularidades en altura. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

Tabla 7

Factor de irregularidad en planta (I_p)

Irregularidades Estructurales en Planta	Factor de Irregularidad (I_p)
Irregularidad Torsional	0.75
Irregularidad torsional Extrema	0.60
Esquinas Entrantes	0.90
Discontinuidad de diafragma	0.85
Sistemas no Paralelos	0.90

Nota. Irregularidades en Planta. Adaptado de la Noma E.030-Diseño Sismorresistente (2020)

c. Coeficiente de Reducción de las fuerzas Sísmicas, R

Para definir el valor coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas, “ R ” se determinará como el producto de los coeficientes:

$$R = R_0 * I_a * I_p$$

Siendo I_a el coeficiente de irregularidades estructurales en altura y I_p en planta, esos valores se obtienen de acuerdo con las tablas, respectivamente.

d. Estimación del Peso Sísmico (P)

La norma menciona que la estimación del peso sísmico (P) de la estructura será el 100% de carga muerta más un porcentaje del peso de la carga viva que depende de la categoría de las edificaciones, se considera de acuerdo el siguiente criterio:

- a) Edificaciones de la categoría A y B, se tomará el 50% de la carga viva.
- b) En edificaciones de la categoría C, se tomará el 25% de la carga viva.
- c) En depósitos, el 80% del peso total que es posible almacenar.
- d) En azoteas y techos en general se tomará el 25% de la carga viva.
- e) En estructuras de tanques, silos y estructuras similares se considerará el 100% de la carga que puede contener.

e. Análisis Dinámico Modal Espectral

El análisis Dinámico Modal Espectral consiste en realizar el análisis modal y el análisis espectral de la estructura mediante un espectro de respuesta, para evaluar respuesta de estructura sometidas a cargas dinámicas como terremotos ,vientos o vibraciones; el análisis modal consiste en determinar los modos de vibración naturales de la estructura y sus frecuencias y el análisis espectral utiliza espectros de respuesta para representar la carga dinámica y evaluar la respuesta de la estructura para cada modo de vibración.

Según la (Norma Diseño sismorresistente, 2020) el análisis dinámico proporciona una mayor precisión en comparación con el análisis estático, no tiene las mismas limitaciones y se puede aplicar a cualquier tipo de estructura. Aunque las edificaciones en los proyectos del curso cumplen con los requisitos para un análisis sísmico estático, se aconseja realizar un análisis sísmico dinámico. Esto asegurará resultados más precisos, que representen de manera más fiel el comportamiento real de las estructuras.

f. Modo de vibración

Los modos de vibración son formas de vibrar de la estructura generado por los movimientos sísmicos, para cada modo de vibración tiene su frecuencia y periodo de oscilación que experimenta la estructura teniendo un porcentaje de masa efectiva participativa en cada dirección. Deberán gobernar los modos de vibración traslacionales para no generar torsión en la estructura.

De acuerdo a (Norma Diseño sismorresistente, 2020) los modos de vibración pueden ser identificados mediante un procedimiento de análisis que tenga en cuenta adecuadamente las propiedades de rigidez y la distribución de masas.

En cada dirección, se seleccionarán los modos de vibración cuya suma de masas efectivas represente al menos el 90% de la masa total. Sin embargo, se deberán considerar al menos los tres primeros modos predominantes en la dirección de análisis.

g. Aceleración espectral

Conforme a la Normativa Peruana (Norma Diseño sismorresistente, 2020) en cada una de las direcciones horizontales sometidas a análisis, se aplicará un espectro inelástico de pseudo aceleraciones, el cual está definido por:

$$S_a = \frac{Z.U.C.S}{R} \cdot g$$

Siendo “g” la aceleración de la gravedad

Para el análisis en la dirección vertical, se puede emplear un espectro valores equivalentes a dos tercios del espectro utilizado para las direcciones horizontales.

El espectro pseudo – aceleraciones es una gráfica que evalúa la respuesta de una estructura a un movimientos sísmico o dinámico. La grafica muestra la relación que entre la pseudo -aceleración (S_a) y el periodo de vibración (T) de la estructura, para lo cual los modos traslacionales deben llevar mayor pseudo aceleración, teniendo como respuesta mayor fuerza inercial para no generar torsión en la estructura.

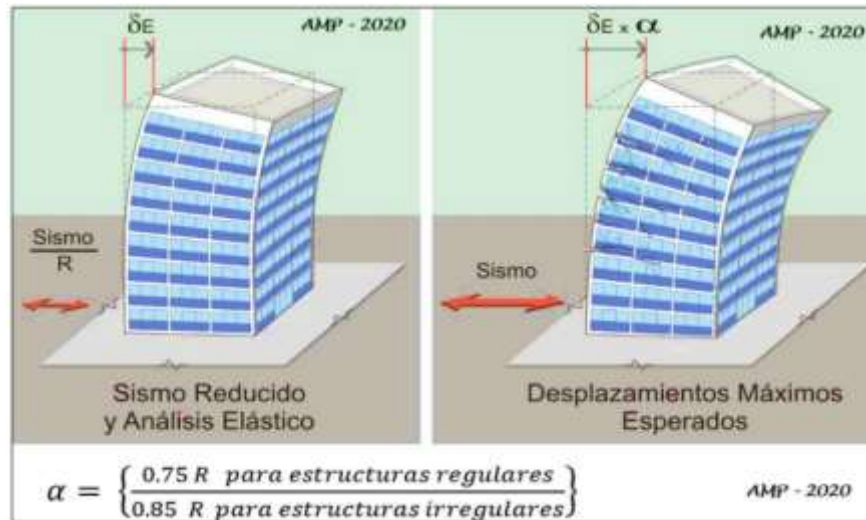
h. Desplazamientos Laterales

Son Desplazamientos laterales elásticos son generados por fuerzas externas ya sean por el sismo o viento, estos desplazamientos no deben superar el limites máximo.

Según la Norma Diseño Sismorresistente (2020) establece que para cada tipo de material un límite máximo, pero antes se deberá ajustar dichos desplazamientos relativos elásticos a inelásticos multiplicándose por un valor de 0.75 R para el caso de estructura regulares y 0.85 para estructuras irregulares, siendo R que depende el tipo de sistema estructural y las irregularidades en planta y altura para el caso de concreto armado, los desplazamientos relativos inelásticos no deberá superar al 0.7% de su altura de cada nivel.

Figura 2

Desplazamientos Laterales.



$$\Delta_{inelástico} = \Delta_{elástico} * 0.75 * R$$

Nota. Desplazamientos laterales. Adaptado de Muñoz (2020)

i. Derivas normalizadas

La norma E.030 Diseño Sismorresistente (2020), establece que el desplazamiento relativo inelástico entre pisos no debe superar un porcentaje específico de la altura de entrepiso, dependiendo del material predominante de la estructura. Para el caso de construcciones de concreto armado, el límite máximo de distorsión permitida es 0.7%

La deriva entre pisos se calcula considerando la relación entre los desplazamientos relativos inelásticos y la altura de entrepiso.

$$\text{Deriva} - \text{entrepiso 1} = \Delta_1/h_1$$

$$\text{Deriva} - \text{entre piso 2} = (\Delta_2 - \Delta_1)/h_2$$

Tabla 8*Límites para la distorsión del entre piso*

Material predominante	(Δ/h_{ei})
Concreto armado	0,007
Acero	0,010
Albañilería	0,005
Madera	0,010
Edificios de concreto armado con muros de ductilidad limitada	0,005

Nota: Obtenido de Normativa Técnica Peruana (NORMA NTP E030, 2018)

Según (Ceballos, 2017) “las derivas de entrepiso se definen como los desplazamientos laterales relativos inelásticos entre su altura de cada nivel”.

2.2.2. Análisis Tridimensional de estructuras con diafragma rígido

El análisis sísmico de una estructura de concreto armado, cuyas losas de piso horizontal se comporta como un diafragma rígido y los sistemas de pórticos planos incluyen muros de cortante vertical, el análisis simplificándose el número de grados de libertad (Copa, 1993).

El cálculo puede simplificarse el número de grados de libertad, D_x, D_y, D_θ ; es decir la losa se modela como un cuerpo rígido que permite una simplificación en el análisis sísmico mediante una condensación cinemática de los grados de libertad de una edificación en el espacio a un análisis estructural tridimensional para cargas laterales con tres grados de libertad por piso

Los desplazamientos de cada pórtico se relacionan geométricamente, en cada nivel, con los del centro de masa en las direcciones (X, Y, Θ), que describen los desplazamientos lineales y el giro de torsión en planta, considerando solo cuando cada losa es rígida en su propio plano. Se determina la matriz de rigidez de cada pórtico y, según su posición y geometría respecto al centro de masa, se ensambla la matriz de rigidez tridimensional de la estructura formada por los pórticos planos con muros de corte de cortante en las direcciones X, Y. Calculando la inversa de la matriz

tridimensional y conociendo el vector de cargas sísmicas, se encuentra el vector de desplazamientos del centro de masa (Copa, 1993).

a. Matriz de rigidez lateral de oscilación de pórticos planos [Kpk]

La matriz de rigidez total de pórticos plano, se obtiene en base al equilibrio de fuerzas de toda la estructura considerando tres ecuaciones de equilibrio de fuerzas por nudo no es necesario hallar el equilibrio en los nudos de soporte, es decir en las reacciones, dichas fuerzas se expresan en función de las matrices de rigidez de cada miembro y de sus correspondientes desplazamientos y cargas equivalentes de extremo fijo. Debido a ello primero hallaremos las matrices de fuerzas, desplazamientos y cargas equivalentes de extremo fijo, en un sistema de coordenadas locales y posteriormente se transforma a un sistema de coordenadas globales, en donde se establece una ecuación matricial de equilibrio cuyo coeficiente del vector de desplazamiento es la matriz de rigidez total de la estructura (Copa, 1993)

La matriz de rigidez lateral de los pórticos [Kpk], se calcula por el método de flexibilidad, usando un programa de análisis, se encuentra aplicando fuerzas unitarias por separado en cada nudo por piso y se calcula la respuesta de desplazamiento laterales, donde se obtiene un vector de desplazamiento para cada fuerza, con los cuales se ensambla la matriz de flexibilidad, la matriz de rigidez del pórtico es la inversa de la matriz de flexibilidad tal como se muestra en la figura:

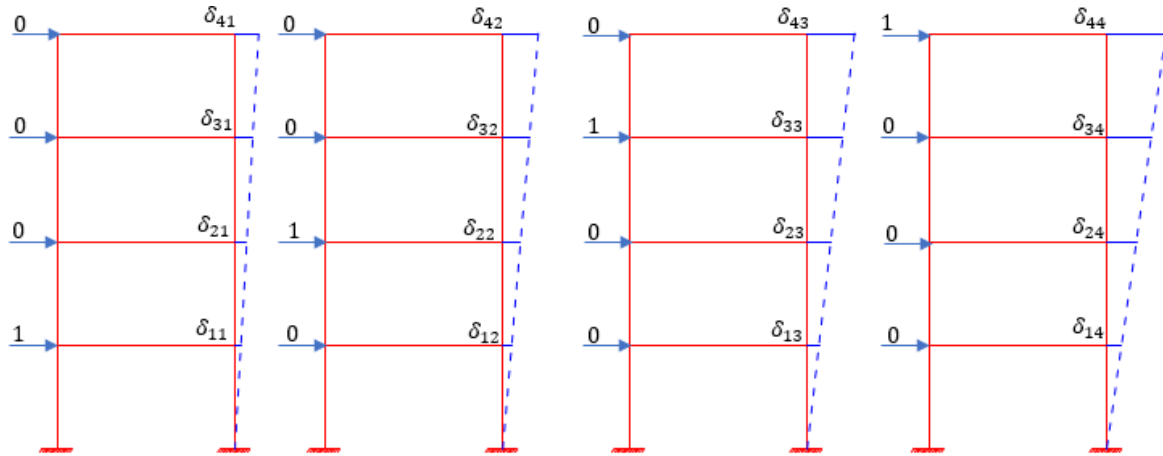
$$\{D\} = [\delta] \{F\}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \quad \text{Matriz de Rigidez [K]} = [\delta]^{-1}$$

La matriz de flexibilidad se calcula aplicando unas cargas unitarias, es una matriz simétrica cuadrada, la cantidad de filas y columnas depende el número de niveles, tal como se muestra en la figura:

Figura 3

Matriz de Flexibilidad



Nota. Procedimiento para encontrar la matriz de flexibilidad del pórtico, con el fin de encontrar su matriz de rigidez lateral de un marco plano (Copa, 1993).

a. Matriz de rigidez de distancias del pórtico K-ésimo

Para cada pórtico se obtendrá una matriz de rigidez de distancias del k – ésimo y matriz de rigidez lateral del pórtico K-ésimo, son matrices diagonales tal como se muestra en las siguientes

Matriz de rigidez de distancias del pórtico K-ésimo

$$[r_{dk}] = \begin{bmatrix} rd_1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & rd_2 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & rd_3 & & 0 \\ . & . & . & & . \\ 0 & 0 & 0 & & rd_M \end{bmatrix}_K, [\cos \beta_k] = \begin{bmatrix} \cos \beta_k & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & \cos \beta_k & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta_k & & 0 \\ . & . & . & & . \\ 0 & 0 & 0 & & \cos \beta_k \end{bmatrix}_K$$

Matriz de rigidez lateral del pórtico K-ésimo

$$K_{pk} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & K_{1M} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & K_{2M} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & K_{3M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{M1} & K_{M2} & K_{M3} & \dots & K_{MM} \end{pmatrix} K, \quad (SenBk) = \begin{pmatrix} senBk & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & senBk & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & SenBk & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & SenBk \end{pmatrix} K$$

Donde M es el número de pisos, Siendo rd_k , β_k y α_k , la distancia del centro de masa al eje de cada pórtico perpendicular, el ángulo del pórtico y el ángulo de distancia respectivamente.

b. Matriz de rigidez tridimensional del pórtico K-esimo $[K_K]$

Con las matrices de rigidez lateral de cada pórtico y ángulos de los pórticos, vectores de posición se procede a encontrar la matriz de rigidez tridimensional $[K_K]$, de cada pórtico según el esquema

$$[K_K] = \begin{bmatrix} x & y & \theta \\ [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{x\theta}] \\ [K_{yx}] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{\theta x}] & [K_{\theta y}] & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} K$$

Cuyas matrices transformadas se hallan del siguiente modo

$$\begin{aligned}
 [K_{xx}] &= [\cos\beta_k][K_{pk}][\cos\beta_k] \\
 [K_{xy}] &= [\cos\beta_k][K_{pk}][\sin\beta_k] \\
 [K_{x\theta}] &= [\cos\beta_k][K_{pk}][rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)] \\
 [K_{yx}] &= [\sin\beta_k][K_{pk}][\cos\beta_k] \\
 [K_{yy}] &= [\sin\beta_k][K_{pk}][\sin\beta_k] \\
 [K_{y\theta}] &= [\sin\beta_k][K_{pk}][rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)] \\
 [K_{\theta x}] &= [rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)][K_{pk}][\cos\beta_k] \\
 [K_{\theta y}] &= [rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)][K_{pk}][\sin\beta_k] \\
 [K_{\theta\theta}] &= [rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)][K_{pk}][rd_k][\sin(\beta_k - \alpha_k)]
 \end{aligned}$$

Cuya suma matrices de cada pórtico se obtiene la matriz de rigidez tridimensional $[K]$ de la estructura, mediante la siguiente expresión

$$[K] = \sum_{K=1}^{N \text{ POR}} [K_K]$$

c. Matriz modal o de vectores propios $[\emptyset]$

Método de Jacobi:

El método consiste hacer 00, los coeficientes que están fuera de la diagonal la matriz de rigidez simétrica mediante rotaciones ortogonales. Es un algoritmo numérico que se utiliza para calcular los vectores propios o matriz modal, cada columna de la matriz modal representa un modo de vibración específico de la estructura y dicha matriz modal se utiliza para transformar las coordenadas físicas de la estructura en coordenadas modales, con el fin de diagonalizar la matriz de rigidez y, lo que permite desacoplar las ecuaciones de movimiento y resolverlas de manera independiente para cada modo de vibración (Copa, 1993).

Este método es aplicable para matrices $[k]$ simétricas, sin ninguna restricción en los valores, considerando a la ecuación matricial característica típica $[k][\emptyset] = w^2 [\emptyset]$, la iteración K-esimo, está definida con la ecuación característica de transformación.

$$[K_{k+1}] = [P_k]^T [K_k] [P_k]$$

Donde $[P_k]$ es una matriz de rotación, haciendo cero a los coeficientes que están fuera de la diagonal de la matriz, para los elementos (I, J) se reduzcan a cero la correspondiente matriz ortogonal $[P_k]$.

$$[P_k] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \cos\theta & -\sin\theta & \\ & & & \sin\theta & \cos\theta & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Los elementos que no se muestran son iguales a cero.

COLUMNS → (I, J) ← FILAS

Bajo el siguiente criterio donde (I, J), representan las columnas de la matriz

$$\text{Tang}(2\theta) = \frac{2k_{IJ}^{(k)}}{k_{II}^{(k)} - k_{JJ}^{(k)}}$$

d. Momento de inercia polar geométrico (J)

Es una medida de distribución de la masa de un objeto en relación con un eje rotacional. Para calcular el momento de inercia polar geométrico, se utilizará el teorema de Steiner, donde A es el área techada, es d es la distancia del centroide de la losa respecto al centro de masa de cada coordenada (Copa, 1993).

$$I_x = I_{0x} + A * dy^2$$

$$I_y = I_{0y} + A * dx^2$$

$$J = I_x + I_y$$

e. Momento de inercia polar de masa $[I_\theta]$

El momento de inercia polar de masa es igual al producto de la masa por unidad de área (el peso de la losa dividido entre su área) por el momento de inercia polar geométrico (Copa, 1993).

f. Matriz de masa inercial $[M]$

La matriz de masa inercial es una matriz diagonal considerando la masa de cada nivel para los traslacionales y para el giro (I_θ) es la masa por unidad de área techada por el momento de inercia polar geométrico, considerando tres grados de libertad por nivel para lo cual está dado por las matrices (Copa, 1993)

$$[M] = \begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & I_\theta \end{pmatrix}$$

i. Matriz de masa modal $[M^*]$

La matriz $[M^*]$ contiene las masas modales del sistema en la diagonal de la matriz, la transformación modal desacopla los modos de vibración, lo que indica que cada modo de vibración se comporta como un sistema de un grado de libertad independiente (Copa, 1993).

$$[M^*] = [\phi]^T [M] [\phi]$$

Siendo $[M]$ y $[\phi]$ la matriz de masa inercial y la matriz modal o de vectores propios respectivamente de la estructura.

j. Matriz de rigidez modal $[K^*]$

La matriz $[K^*]$ es una matriz diagonal porque la transformación modal desacopla los modos de vibración, lo que significa que cada modo se comporta como un sistema de un grado de libertad. (Copa, 1993)

$$[K^*] = [\phi]^T [K] [\phi]$$

k. Matriz de participación modal de masa (r^*)

Dicha matriz indica la participación de cada modo de vibración en la masa total de sistema. Para evaluar la masa efectiva en cada modo de vibración se puede realizar con el producto de matrices. (Copa, 1993)

$$[r^*] = [\phi]^T [M]$$

m. Frecuencias circulares natural (ω)red/s

La frecuencia natural se determina a partir de la rigidez generaliza y la masa inercial generalizada, para cada frecuencia se consideran los valores de la diagonal de dichas matrices (Copa, 1993).

$$\omega_i = \sqrt{\frac{K_i^*}{M_i^*}}$$

n. Periodos de vibración (T)s

El periodo de vibración de una estructura es el tiempo de oscilación que puede experimentar a partir de un modo de vibración específico, y está representado por la siguiente expresión.

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$$

o. Desplazamientos espectrales (S_{dxi})

El desplazamiento espectral de la estructura para cada dirección analizada se obtiene de la relación de la aceleración espectral (S_a) en la dirección analizada y el cuadrado de la frecuencia circular natural, así como la siguiente expresión:

$$S_{dx} = \frac{S_{aij}}{W^2}$$

Para los desplazamientos espectrales de la dirección S_{dy} , se reemplaza su correspondiente aceleración espectral.

p. Matriz de respuesta modal $[n]$

La matriz $[n]$ es una matriz diagonal conformada por los elementos de la respuesta para cada modo de vibración. Dicha matriz se obtiene de participación modal de masa por el desplazamiento espectral de la dirección analizada entre la masa modal para el i -ésimo modo de vibración (Copa, 1993).

$$[n] = \frac{r^*}{M^*} S_{dxi}$$

q. Matriz de transformación a coordenadas globales $[D]$

La respuesta de la estructura se puede calcularse volviendo a transformar las coordenadas generalizadas a coordenadas globales, con las expresiones utilizadas para el desacoplamiento de las ecuaciones del movimiento. Con la matriz de transformación evaluamos la respuesta de la estructura.

$$[D] = [\theta] [n]$$

r. Matriz de fuerzas inerciales por modos de vibración $[F]$

La matriz de la respuesta inercial para cada modo de vibrar este dado por:

$$[F] = [K][D]$$

La respuesta de la estructura se puede calcular por la raíz cuadrada de la suma de las fuerzas inerciales modales al cuadrado (SRSS) más la suma del valor absoluto de cada fila de la matriz dividido en 2, se determina la respuesta sísmica inercial modal en el centro de masa en cada nivel, para modos desacoplados (Copa, 1993).

$$F_j = \left(\sqrt{\sum_{I=1}^N F_{IJ}^2} + \sum_{I=1}^N |F_{IJ}| \right) / 2$$

Seguidamente se procede a distribuir este vector de fuerzas a cada pórtico mediante el análisis tridimensional, para ello se calcula los desplazamientos del centro de masa.

$$[D] = [K^{-1}][F]$$

Siendo las matrices $[K^{-1}]$ y $[F]$ la inversa de la matriz de rigidez de la estructura y el vector de fuerzas inerciales respectivamente.

El cálculo de los desplazamientos locales de los pórticos se realiza aplicando la siguiente ecuación:

$$D_{PK} = D_x \cos B_k + D_y \sin B_k + r d_k D_\theta \sin(B_k - \alpha_k)$$

El vector fuerzas inerciales para cada pórtico por nivel esta presentado por $F = [K_{kp}][D_{PK}]$.

2.3. Definición de términos básicos

a. Metrados de cargas

Es cuantificar las cargas en cada elemento como columnas, vigas, muros de corte, losas, etc.; e incluyendo el peso de la carga viva para cada nivel, este procedimiento se realiza con el fin de obtener el peso sísmico de la estructura, dicho peso depende de la categoría de edificación para asignar la carga viga.

b. Centro de masa

Es el punto donde se concentra la masa total de la estructura, considerando la distribución de la masa en toda la estructura, es decir es el punto donde la estructura se encuentra en equilibrio, donde las sumas de los momentos de las fuerzas que actúan sobre la estructura es cero.

c. Centro de rigidez

Centro de rigidez o centro de torsión se define como aquel punto de entrepiso donde al aplicar una fuerza lateral solo produce un desplazamiento de la estructura un efecto de traslación sin rotación.

d. Rigidez

Es la capacidad que tiene un material para resistir deformaciones elásticas cuando se aplica una carga, se mide en unidades de fuerza por unidad de longitud(tn/m)

e. Resistencia.

Es la capacidad que tiene una estructura para soportar cargas sin fallar o romperse, su unidad de medida es fuerza por unidad de área (tn/m^2).

f. Deriva

La norma E.030 Sismorresistente establece que los desplazamientos relativos inelásticos para una estructura de concreto armado debe ser menor o igual al 0.7% de la altura entre pisos, a este resultado se le conoce como deriva.

g. Modos

Los modos de vibración de la estructura son formas de vibrar que dicha estructura experimenta ante fuerzas laterales generados por el sismo en un periodo en determinado.

h. Periodo

Es el tiempo que tarda la estructura en completar un ciclo de oscilación, es decir, en regresar a su posición de origen y repetir el movimiento.

I. Frecuencia: Es el número de ciclos de oscilación que una estructura o sistema completa en un segundo.

J. Espectro de Pseudo- Aceleración

Es una representación gráfica que relaciona la pseudo - aceleración (S_a) con el periodo de vibración (T) de un sistema estructural sometido a sismo.

k. Excentricidad teórica; Es la distancia del centro de rigidez y el centro de masa de la estructura.

m. Excentricidad accidental

Es el desfase del centro de masa a la posición más desfavorable de centro de rigidez, la norma considera el 5% de la dirección perpendicular al movimiento sísmico.

(Galvez , 2018) La excentricidad natural se calcula durante la etapa de diseño basándose en los valores esperados de rigidez de los elementos estructurales y en la distribución teórica de masas en el modelo. En contraste, la excentricidad accidental es una medida que se incorpora en la excentricidad de diseño para tener en cuenta posibles fluctuaciones en las rigideces y masas de la estructura.

D.R.E Desplazamientos relativos elásticos

D.R.I Desplazamientos relativos inelásticos

n. Software SAP 2000

El SAP 2000 es un software de análisis y diseño estructural que utiliza el método de elementos finitos para evaluar y diseñar estructuras de diversos materiales y complejidad. Muy utilizado en la ingeniería civil, para modelar, analizar y diseñar estructuras como edificios, estadios, puentes, presas, etc. Realiza los cálculos de forma directa nos permite generar el análisis, modelación y todo lo referido a dimensionamiento de diversos problemas en el ámbito

de la ingeniería estructural, presenta una interfaz abierta a objetos y también se puede visualizar en una gráfica 3D.

Programa de elementos finitos para modelado, análisis y dimensionamiento de cualquier estructura (CSI-ESPAIN, 2025).

El SAP2000 es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento de lo más amplio conjunto de problemas de ingeniería de estructuras. (CSI-ESPAIN, 2025).

III. HIPÓTESIS

3.1. Hipótesis

3.1.1 Hipótesis general

La mejora de la confiabilidad de los resultados del software computarizado SAP 2000 en un análisis sísmico dinámico tridimensional, mediante la integración del método matricial tridimensional, conducirá a una mayor precisión en la predicción del comportamiento estructural de edificación.

3.1.2. Hipótesis Específicos

- Los resultados de los modos de vibración, frecuencias y periodos mediante el método matricial tridimensional y el software SAP 2000 v 2024 presentarán diferencias debido a las variaciones en la modelación matricial de la estructura y las aproximaciones numéricas utilizadas en las que se basa el SAP 2000.
- Las fuerzas inerciales modales más relevantes que producen los desplazamientos elásticos a la estructura, calculados mediante el método matricial resultarán valores aproximados a los resultados en cuanto a los desplazamientos elásticos obtenido mediante el SAP 2000 v 24.
- Los desplazamientos relativos inelásticos obtenidos con cada método estarán estrechamente relacionados y las derivas cumplirán los límites establecidos por la

3.2. Variables

Las variables son atributos o características importantes en una investigación y forman parte de la estructura de las hipótesis. Se distinguen dos tipos de variables: la variable dependiente, que se usa para describir o medir el problema que se está investigando, y la variable independiente, que se emplea para identificar la causa que afecta dicho problema.

Tabla 9

Variable 1: Análisis dinámico modal espectral

Variable 1.	Dimensiones	Indicador
Análisis dinámico modal espectral	Análisis modal	Modo de vibración
	Análisis espectral	Aceleración espectral

Tabla 10

Variable 2: Respuesta dinámica estructural

Variable 2:	Indicadores	Indicador
Respuesta dinámica estructural	Análisis dinámico estructural	Frecuencias
		Periodos
		Aceleración
		Fuerzas inerciales
		Desplazamientos elásticos
		Desplazamientos relativos inelásticos
		Rotaciones

3.3. Operacionalización de variable

Tabla 11

Matriz de operacionalización de variables.

Variable	Tipo de Variable	Definición Nominal	Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Análisis dinámico modal espectral	Independiente	Según la (NORMA NTP E030, 2020). El análisis Modal Espectral, analiza los modos de vibración de la estructura mediante un espectro de respuesta	Análisis modal Análisis espectral	• Modo de vibración • Aceleración espectral	• Normas • Libros • Tesis • Software SAP 2000 • Matrices • Python • Microsoft Excel
Respuesta dinámica estructural	Independiente	Según la (NORMA NTP E030, 2020). Es la respuesta o reacción que presentan las estructuras a cargas que cambian constantemente.	Análisis dinámico estructural	• Frecuencias • Periodos • Aceleración • Fuerzas inerciales • Desplazamientos elásticos • Desplazamientos relativos inelásticos • Rotaciones	• Normas • Libros • Tesis • Software SAP 2000 • Matrices • Python • Microsoft Excel

Nota. Información de acuerdo con las variables, elaboración propia

IV. METODOLOGIA

4.1. Enfoque de la investigación

La investigación tiene un enfoque cuantitativo, porque presentará como resultados valores numéricos, se realizará cálculos y aproximaciones, una investigación cuantitativa, busca cuantificar datos, que se aplica al análisis estadístico. “Este tipo de investigación confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población.” (Borja, 2016)

4.2. Tipo de investigación

El estudio de investigación es considerado de tipo descriptiva, porque busca describir características, propiedades y comportamientos de un fenómeno o sistema, según la clasificación de (Borja, 2016): “busca describir determinadas características del objeto de estudio”.

4.3. Diseño de investigación

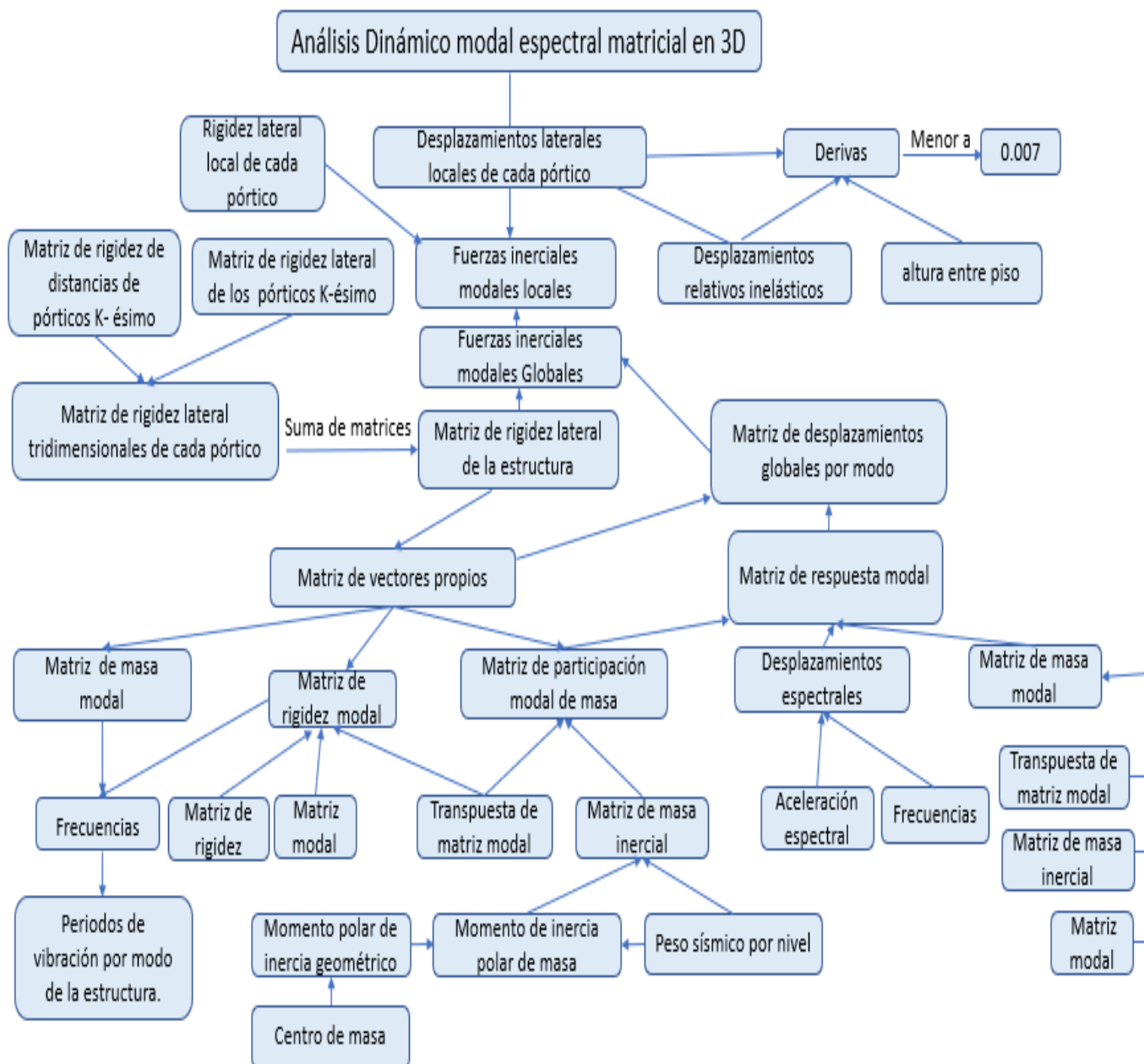
La presente investigación es considerada no experimental, porque es una investigación descriptiva no hay manipulación de variables, sino describe tal y como se comporta la estructura en eventos sísmicos, basándonos en la categorización de investigación. “En este diseño no hay estímulos o condiciones experimentales a las que se sometan las variables de estudio, los sujetos del estudio son evaluados en su contexto natural sin alterar ninguna situación; así mismo, no se manipulan las variables de estudio” (Arias, 2021).

4.4. Método

El análisis dinámico modal espectral de la estructura se realiza mediante dos enfoques de cálculo, como primer método el cálculo matricial en 3D, se discretiza a tres grados de libertad por nivel D_x, D_y, D_θ ; la estructura, como procedimiento fue obtener el peso sísmico por nivel, la matriz de masa inercial $[M]$, centro de masa, matrices de distancias de cada pórtico respecto al centro de masa r_{dk} y β_k , Matriz de rigidez lateral de cada pórtico $[K_{pk}]$, matriz de rigidez lateral tridimensional de cada pórtico $[K_k]$, matriz de rigidez tridimensional de la estructura $[K]$, matriz modal o vectores propios $[\phi]$, matriz de masa modal $[M^*]$, matriz de rigidez modal $[K^*]$, matriz de

participación modal de masa $[r^*]$, aceleración espectral ,para posteriormente visualizar las frecuencias, periodos, modos de vibración, matriz de transformación a coordenadas globales $[D]$, fuerzas inerciales modales y desplazamientos.

Diagrama de flujo análisis sísmico dinámico modal espectral



El método computacional, mediante el software SAP 2000 v 24, se modela la estructura, asignación de diafragma rígido en cada nivel, asignación de patrones de carga, asignación de cargas, discretizaciones, especificaciones de la función del espectro pseudo aceleración, como resultados se visualiza los modos de vibración, frecuencias y periodos, masa participativa en modos de vibración desplazamientos dinámicos. Para dicho procedimiento se llevó los siguientes pasos:

- ✓ Ingreso de propiedades de los materiales
- ✓ Determinación de la geometría del elemento
- ✓ Desarrollo de la geometría de la edificación
- ✓ Colocación de condiciones de contorno
- ✓ Asignación de las cargas
- ✓ Asignación de las cargas sísmicas
- ✓ Asignación de las combinaciones de cargas
- ✓ Calculo y post procesamiento

4.5. Población y muestra.

a. Población

La población sujeta a esta investigación se ve representada por las edificaciones de la Urbanización Villa California del Distrito de Castilla del departamento de Piura.

b. Muestra

La muestra de esta investigación es de una edificación ubicada en la Urbanización Villa California del Distrito de Castilla del departamento de Piura.

4.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En esta investigación para recolectar datos fue mediante la recopilación de información de Normas, libros y tesis, como instrumentos se utilizó fue el software SAP 2000 v 24, AutoCAD, Microsoft Excel, Python.

4.7. Validez y confiabilidad de instrumentos

La validez y confiabilidad de los instrumentos para el estudio se basa en normas, libros, programas de cómputo, métodos matriciales para lo cual son fundamentales para realizar el análisis dinámico modal espectral

Método matricial: es un enfoque numérico ampliamente utilizado para analizar estructuras sometidas a cargas dinámicas, la confiabilidad del método matricial depende de la precisión del modelo y los dígitos de los decimales considerados.

SAP 2000: es un software de análisis estructural ampliamente utilizado y validado en la industria, su confiabilidad se basa que ha sido sometido a pruebas exhaustivas y ha demostrado ser confiable en una variedad de aplicaciones.

V. RESULTADOS

5.1. Análisis estructural método matricial tridimensional

a. Ubicación y características de la estructura

Región:	Piura
Provincia:	Piura
Distrito:	Castilla
Urbanización:	Villa California
Categoría:	C
Sistema:	Muros estructurales
S/C:	100Kg/m ²

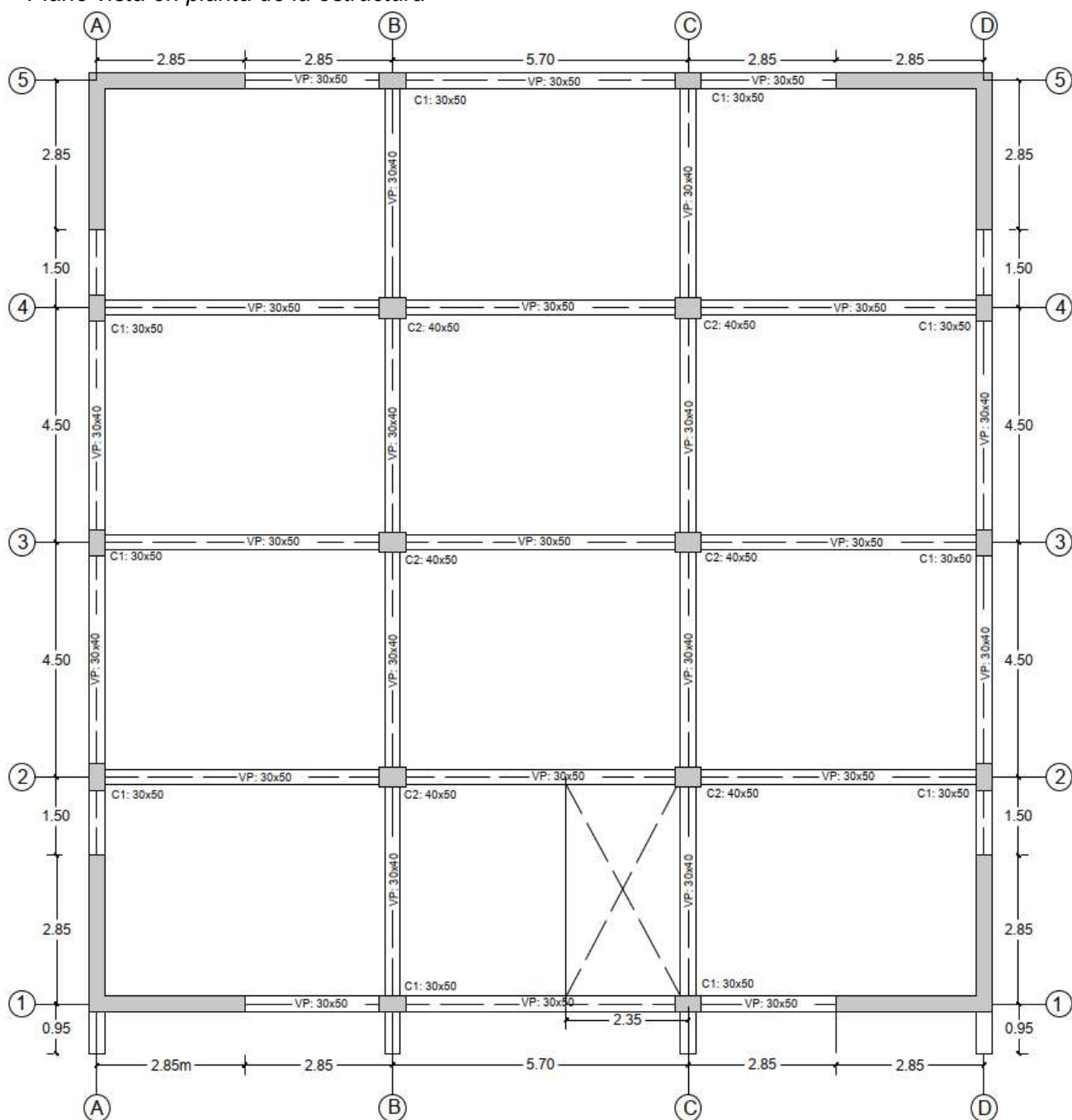
Carga viva:	250Kg/m ²
Losa maciza:	e= 20cm
f 'c del concreto:	210 Kg/cm ²
Módulo de elasticidad del concreto (E):	2173706.5 Tn/m ²
f'y fluencia del acero:	4200kg/cm ²
Módulo de elasticidad del acero:	20389019. Tn/m ²
Peso específico del concreto:	2.4 Tn/m ³
Altura entre niveles:	3.5m
Altura de fondo de cimentación:	2.1m
Altura de zapatas:	0.6m

b. Consideraciones sísmicas

Zona sísmica 4:	0.45
Factor de suelo (S ₂):	1.05
Periodo T _p	0.6 s
Periodo T _L	2.0 s
Factor de uso "U"	1
Factor de reducción sísmica "R"	6

Figura 4

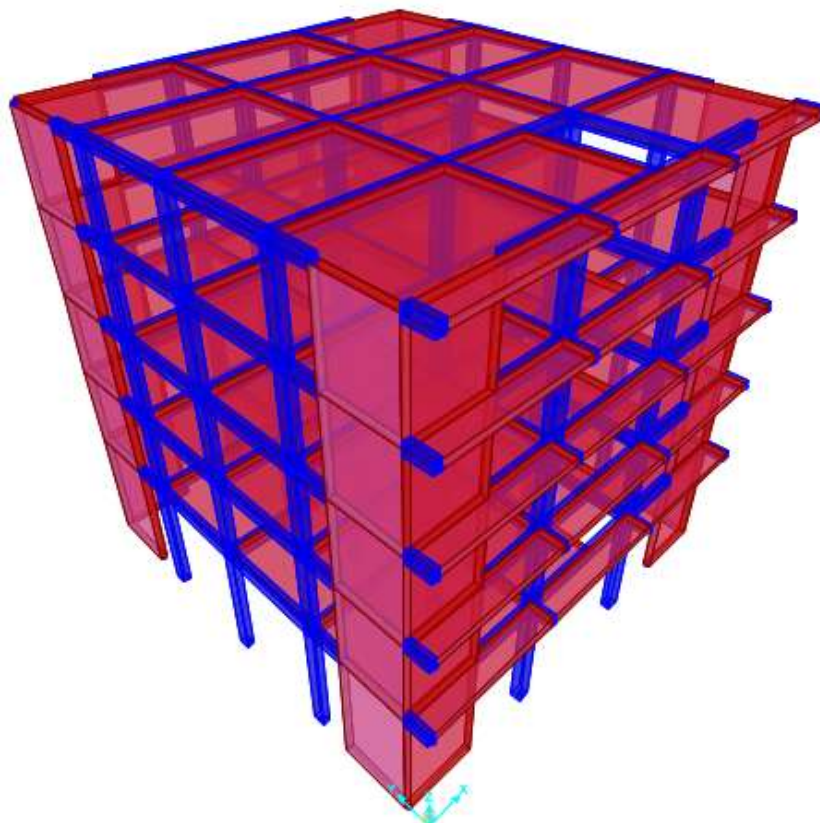
Plano vista en planta de la estructura



Nota. Detalle de la estructura analizada

Figura 5

Vista 3D de la estructura



Nota. Detalle en 3D de la estructura analizada.

Tabla 12

Centro de Masa de la Estructura

Descripción	abscisa X (m)	Ordenada Y (m)
Losa	8.495	9.530
Columnas y placas	8.550	9.800
Vigas	8.550	9.605
Total	8.531	9.645

Tabla 13*Metrado de Cargas*

Nivel	Vigas (Tn)	Col-Placas (Tn)	Losa (Tn)	CM	CV	Peso Sismo (Tn)
1	44.4888	100.98	179.0417	324.51045	19.29328125	343.8037313
2	44.4888	83.16	179.0417	306.69045	19.29328125	325.9837313
3	44.4888	83.16	179.0417	306.69045	19.29328125	325.9837313
4	44.4888	83.16	179.0417	306.69045	19.29328125	325.9837313
5	44.4888	41.58	179.0417	265.11045	7.7173125	272.8277625
						1594.582688

Tabla 14*Vectores de posición.*

Pórticos	r_{dk}	α_k	β_k
1	8.700m	270°	0°
2	4.3500m	270°	0°
3	0.1500m	90°	0°
4	4.6500m	90°	0°
5	9.0000m	90°	0°
A	8.5320m	180°	90°
B	2.8320m	180°	90°
C	2.8680m	0°	90°
D	8.5680m	0°	90°

Tabla 15

Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 1 $[K_K]$

					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					

Tabla 16

Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 2 $[K_K]$

					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					

Tabla 17

Matriz de rigidez tridimensional del pórtico 3 $[K_K]$

					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					
					0	0	0	0	0					

Tabla 19

Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico 5 $[K_K]$

Tabla 20

Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico A $[K_K]$

[illegible]

Tabla 21

Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico B $[K_K]$

Tabla 22

Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico C $[K_K]$

Matriz de rigidez tridimensional del Pórtico D $[K_K]$

60

Tabla 24

Matriz de Rigidez Tridimensional Total de la Estructura [K]

Tabla 25

Matriz de valores propios o Eigen valores de la estructura [A]

708009.10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	16533226.73	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	10441821.52	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	4048535.81	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	29846.96	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	736546.01	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	16628036.47	-0.000062	0.000102	0.000035	-0.000016	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000062	10290926.39	0.000109	0.000037	-0.000046	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000102	0.000109	4108150.96	-0.000057	0.000030	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000035	0.000037	-0.000057	33130.29	0.000048	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000016	-0.000046	0.000030	0.000048	105279330.52	-0.000069	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000068	2449347058.09	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.000007	1537354720.37	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000004	-0.000002	604470539.67	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	4267921.57

Nota: Cuadro extraído del resultado final del Python en un total de 498 iteraciones del método Jacobi.

Tabla 26

Matriz modal o de vectores propios [Ø]

Nota: Cuadro extraído del resultado final del Python en un total de 498 iteraciones del método Jacobi.

Tabla 27

Matriz de Masa Inercial [M]

Tabla 28

Matriz de masa modal $[M^]$*

Tabla 29

Matriz de rigidez modal $[K^]$*

Tabla 30*Matriz de participación modal de masa [r*]*

141.412077	189.621366	146.850773	9.34961229	-146.59141	-0.0676672	-0.0896479	-0.0685156	-0.0036176	0.06928309	7.4777164	9.82221528	7.16119404	-0.6482105	-9.2512189
-104.75447	184.214712	-204.65827	137.513118	-34.189962	0.34497752	-0.6051725	0.65621213	-0.4256253	0.10268708	-5.7345308	10.0960952	-10.979582	7.81104825	-1.9489398
-195.69785	150.636223	82.1932806	-189.78145	66.8012293	-0.2443598	0.18443177	0.11011466	-0.2418881	0.08430864	-10.922316	7.87023502	4.03507805	-11.019745	3.33897004
-217.98428	-87.319893	141.650033	140.931682	-105.84757	0.27207367	0.10648098	-0.1769539	-0.1793584	0.13494968	-14.362003	-9.9752099	-0.906884	-4.3038471	-18.669414
37.6146897	77.8299327	126.468137	177.169455	190.028088	-0.0073422	-0.0150721	-0.0243615	-0.0340029	-0.0363622	2.10321982	4.37160448	7.13329688	10.0354654	10.8103957
0.06679954	0.0895835	0.06937343	0.00438072	-0.0693102	143.319304	189.785818	144.960954	7.56424921	-146.66587	-0.8970149	-1.1490709	-0.769623	0.25010484	1.3307109
-0.3371958	0.59286355	-0.6584501	0.44228494	-0.1099423	-107.17783	188.048394	-203.97055	132.343141	-31.938172	0.67014781	-1.2374851	1.29968608	-0.8454018	0.18864185
0.24628728	-0.1895035	-0.1036491	0.2390642	-0.0841417	-194.15539	146.594346	87.3322646	-192.00187	66.9226686	1.30748236	-0.9120279	-0.4769854	1.39145456	-0.2951679
-0.2736092	-0.1095849	0.17785752	0.17684479	-0.1329007	-216.80102	-84.846496	140.960824	142.906792	-107.5635	1.57074851	0.90545254	-0.315842	-0.0232457	1.72277135
0.00723438	0.0149616	0.02430047	0.03402675	0.03647895	38.3958339	78.7101393	127.084099	177.217731	189.355405	-0.2801106	-0.5820595	-0.9495308	-1.3355683	-1.4384793
-0.1471818	-0.1916961	-0.1450935	-0.014241	0.15021021	0.01676705	0.02381437	0.01899042	0.00191394	-0.0192372	7612.72505	10188.0562	7895.16332	553.278678	-7823.9203
0.10802183	-0.1890261	0.20818647	-0.1386101	0.03423462	-0.0130676	0.02301988	-0.0251431	0.01643554	-0.0039885	-5692.9678	9995.5259	-10965.17	7225.2102	-1763.8902
0.19906909	-0.1509167	-0.0884293	0.19710085	-0.0690137	-0.0237468	0.01813648	0.0102067	-0.0230441	0.00806014	-10467.798	7961.00383	4573.86496	-10241.753	3573.10292
0.22063422	0.0862258	-0.1386141	-0.1469886	0.10837061	-0.0265744	-0.0107829	0.01770102	0.01734154	-0.0131569	-11678.783	-4662.4728	7541.68961	7636.2747	-5699.6844
-0.3061674	-0.1626041	0.07038583	-0.0189802	-0.3494568	0.02428074	0.01122163	-0.0022275	0.01359665	0.04111982	1989.31868	4135.80022	6749.9898	9498.01073	10232.9148

Tabla 31*Modos de vibración de la estructura*

MODOS	Frecuencia (W rd/s)	Periodos (T s)	Dirección
MODO 1	9.967	0.6304	x-x
MODO 2	10.498	0.598	y-y
MODO 3	16.277	0.386	Θ
MODO 4	47.510	0.1323	x-x
MODO 5	48.454	0.1297	y-y
MODO 6	79.071	0.079	Θ
MODO 7	111.579	0.056	x-x
MODO 8	112.463	0.056	y-y
MODO 9	186.163	0.034	Θ
MODO 10	178.263	0.035	x-x
MODO 11	177.003	0.035	y-y
MODO 12	295.309	0.021	Θ
MODO 13	224.918	0.028	x-x
MODO 14	225.504	0.028	y-y
MODO 15	373.684	0.017	Θ

Tabla 32*Aceleración espectral*

Sa = ZUCS/R *G		
Parámetros	Dirección X-X	Dirección YY
Z	0.45	0.45
U	1	1
C	2.379	2.5
S	1.05	1.05
R	6	6
g	9.807	9.807
Sa =	1.837717021	1.930753125

c. Análisis cuando la aceleración del terreno es 100% en la dirección x-x

Tabla 33

Matriz de respuesta modal [n]

Tabla 34

Matriz de transformación a coordenadas globales[**D**]

[illegible]

Tabla 36

Inversa de la matriz de rigidez tridimensional $[K^{-1}]$

</											

c.1. Vector de fuerzas inerciales modales por nivel del centro de masa (Tn)

FUERZAS =

49.97220207
41.9165209
40.24741593
40.53042277
35.0980213
0.119122213
0.112491123
0.116512965
0.109914925
0.066095495
0.098443442
0.091692995
0.075577862
0.088982148
0.120064835

c.2. Vector de desplazamientos por nivel del centro de masa $[D] = [K^{-1}][F]$

Desplazamientos =

0.003088053 m
0.006456906
0.010146054
0.013853296
0.017430704
7.08449E-06
1.4607E-05
2.26624E-05
3.05794E-05
3.80745E-05
3.23197E-06
6.793E-06
1.07291E-05
1.47263E-05
1.86247E-05

Tabla 37*Resultado de las fuerzas inerciales y desplazamientos del centro de masa de la estructura.*

Nivel	$F_x(Tn)$	$F_y(Tn)$	$F_e(Tn-m)$	$D_x(m)$	$D_y(m)$	$D_e(rad)$
1	49.97220207	0.119122213	0.098443442	0.003088053	7.08449E-06	3.23197E-06
2	41.9165209	0.112491123	0.091692995	0.006456906	1.4607E-05	6.793E-06
3	40.24741593	0.116512965	0.075577862	0.010146054	2.26624E-05	1.07291E-05
4	40.53042277	0.109914925	0.088982148	0.013853296	3.05794E-05	1.47263E-05
5	35.0980213	0.066095495	0.120064835	0.017430704	3.80745E-05	1.86247E-05

Tabla 38*Resultado del Pórtico 1 dirección x-x*

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	28.576	0.003116171	0.003116171	0.014023	5	0.0028046	Cumple
2	21.646	0.006516005	0.003399833	0.015299	3.5	0.0043712	Cumple
3	19.712	0.010239397	0.003723392	0.016755	3.5	0.0047872	Cumple
4	22.162	0.013981415	0.003742018	0.016839	3.5	0.0048112	Cumple
5	7.942	0.017592739	0.003611324	0.016251	3.5	0.0046431	Cumple

Tabla 39*Resultados del pórtico 2 dirección x-x*

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	-2.227	0.003088	0.003088	0.013894059	5	0.002779	Cumple
2	-0.332	0.006456	0.003368	0.015157432	3.5	0.004331	Cumple
3	0.386	0.010144	0.003689	0.016598511	3.5	0.004742	Cumple
4	-1.144	0.013851	0.003707	0.016679892	3.5	0.004766	Cumple
5	6.478	0.017428	0.003577	0.016095704	3.5	0.004599	Cumple

Tabla 40*Resultados del pórtico 3 dirección x-x*

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	-2.238	0.003102	0.003102	0.013960	5.0	0.002792	Cumple
2	-0.334	0.006486	0.003384	0.015230	3.5	0.004351	Cumple
3	0.388	0.010193	0.003706	0.016678	3.5	0.004765	Cumple
4	-1.150	0.013917	0.003725	0.016761	3.5	0.004789	Cumple
5	6.510	0.017512	0.003594	0.016175	3.5	0.004621	Cumple

Tabla 41

Resultados del pórtico 4 dirección x-x

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	-2.2161	0.003073	0.003073	0.013829	5	0.002766	Cumple
2	-0.3305	0.006425	0.003352	0.015085	3.5	0.004310	Cumple
3	0.3847	0.010096	0.003671	0.016519	3.5	0.004720	Cumple
4	-1.1380	0.013785	0.003689	0.016599	3.5	0.004743	Cumple
5	6.4460	0.017344	0.003559	0.016017	3.5	0.004576	Cumple

Tabla 42

Resultados del pórtico 5 dirección x-x

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	28.077	0.00306	0.00306	0.01377	5	0.002753	Cumple
2	21.268	0.00640	0.00334	0.01502	3.5	0.004290	Cumple
3	19.376	0.01005	0.00365	0.01644	3.5	0.004698	Cumple
4	21.800	0.01372	0.00367	0.01652	3.5	0.004720	Cumple
5	7.722	0.01726	0.00354	0.01594	3.5	0.004554	Cumple

d. Análisis cuando aceleración del terreno es 100% en la dirección y-y

Tabla 43

Matriz de respuesta modal [n]

-1.8E-07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3.83E-08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-4.3E-08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1.24E-07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-4.5E-07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.000376	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-1.2E-05	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-3.6E-05	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-0.0001	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.002238	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.93E-10	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9.8E-12	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-2.8E-11	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8.1E-11	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.05E-08

Tabla 44

Matriz de transformación a coordenadas globales [D]=[Ø][n]

-7.2E-08	-1.2E-08	2.45E-08	-7.8E-08	-4.9E-08	7.3E-08	1.22E-08	-2.6E-08	8.11E-08	4.71E-08	-1.3E-13	-3.1E-15	-1.6E-14	-5.2E-14	-9.3E-12
-1E-07	2.17E-08	-2E-08	-3.3E-08	-1.1E-07	1.03E-07	-2.3E-08	2.12E-08	3.43E-08	1.03E-07	-1.7E-13	5.69E-15	1.31E-14	-2.1E-14	-5.2E-12
-7.9E-08	-2.4E-08	-1.1E-08	5.37E-08	-1.8E-07	8E-08	2.51E-08	1.16E-08	-5.6E-08	1.67E-07	-1.3E-13	-6.3E-15	7.7E-15	3.44E-14	2.26E-12
-5E-09	1.62E-08	2.5E-08	5.34E-08	-2.5E-07	5.05E-09	-1.7E-08	-2.7E-08	-5.5E-08	2.34E-07	-1.3E-14	4.17E-15	-1.7E-14	3.64E-14	-6.1E-13
9.44E-08	-4.8E-09	-1.1E-08	-4.8E-08	-3.1E-07	-9.5E-08	5.01E-09	1.12E-08	4.96E-08	2.99E-07	1.61E-13	-1.2E-15	7.18E-15	-3.2E-14	-1.3E-11
3.46E-11	3.85E-11	3.06E-11	9.77E-11	9.65E-12	0.000157	3.88E-06	2.06E-05	6.43E-05	0.00025	1.43E-14	3.73E-16	1.96E-15	6.24E-15	7.38E-13
4.83E-11	-7.1E-11	-2.4E-11	4.03E-11	2.09E-11	0.000219	-7.2E-06	-1.6E-05	2.65E-05	0.00054	2.14E-14	-6.9E-16	-1.6E-15	2.67E-15	3.6E-13
3.69E-11	7.72E-11	-1.5E-11	-6.7E-11	3.38E-11	0.000167	7.79E-06	-9.8E-06	-4.4E-05	0.000872	1.71E-14	7.56E-16	-8.9E-16	-4.4E-15	-7.1E-14
1.95E-12	-5E-11	3.19E-11	-6.8E-11	4.72E-11	8.72E-06	-5.1E-06	2.15E-05	-4.5E-05	0.001216	1.72E-15	-4.9E-16	2.01E-15	-4.3E-15	4.36E-13
-4.5E-11	1.44E-11	-1.3E-11	6.11E-11	6.03E-11	-0.0002	1.46E-06	-8.9E-06	4.02E-05	0.001553	-2.1E-14	1.43E-16	-8.4E-16	3.9E-15	1.58E-12
-7.1E-11	-1.2E-11	2.55E-11	-9.6E-11	-5.2E-11	-1.8E-08	-4.5E-10	-2.6E-09	-8.7E-09	-3.4E-08	1.21E-10	3.03E-12	1.61E-11	5.11E-11	1.13E-09
-9.9E-11	2.21E-11	-1.9E-11	-7E-11	-1.1E-10	-2.5E-08	8.8E-10	1.9E-09	-5.3E-09	-7.4E-08	1.7E-10	-5.6E-12	-1.3E-11	2.15E-11	2.47E-09
-7.2E-11	-2.4E-11	-9.9E-12	-6.4E-12	-1.8E-10	-1.7E-08	-9.2E-10	9.93E-10	1.84E-09	-1.2E-07	1.32E-10	6.15E-12	-7.4E-12	-3.5E-11	4.03E-09
6.51E-12	1.71E-11	2.71E-11	-3E-11	-2.6E-10	5.37E-09	6.02E-10	-2.9E-09	1.35E-10	-1.7E-07	9.26E-12	-4.1E-12	1.66E-11	-3.5E-11	5.68E-09
1.11E-10	-5.1E-12	-9.8E-12	-1.6E-10	-3.3E-10	3.42E-08	-1.6E-10	7.34E-10	-1.2E-08	-2.2E-07	-1.6E-10	1.18E-12	-6.9E-12	3.15E-11	7.31E-09

Tabla 45

Matriz de fuerzas inerciales $[F]=[K][D]$

-0.0052	-0.0197	0.0261	-0.0323	-0.0002	0.0055	0.0207	-0.0274	0.0340	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0074	0.0365	-0.0212	-0.0137	-0.0003	0.0078	-0.0384	0.0222	0.0143	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0057	-0.0406	-0.0115	0.0222	-0.0005	0.0060	0.0426	0.0122	-0.0233	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.0004	0.0273	0.0267	0.0220	-0.0007	0.0004	-0.0286	-0.0280	-0.0232	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0068	-0.0081	-0.0112	-0.0198	-0.0010	-0.0072	0.0085	0.0118	0.0208	0.0010	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	11.7622	6.5779	21.5863	26.9155	0.8442	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	16.4272	-12.172	-17.189	11.1094	1.8252	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	12.5473	13.2028	-10.240	-18.457	2.9469	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.6547	-8.5665	22.5138	-18.712	4.1095	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-15.168	2.4701	-9.3762	16.8278	5.2464	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0014	-0.0008	-0.0027	-0.0036	-0.0001	0.0013	0.0008	0.0025	0.0032	0.0005
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0019	0.0015	0.0020	-0.0022	-0.0003	0.0018	-0.0014	-0.0020	0.0013	0.0011
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0012	-0.0016	0.0010	0.0008	-0.0004	0.0014	0.0015	-0.0012	-0.0021	0.0018
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0010	-0.0030	0.0001	-0.0006	0.0001	-0.0010	0.0026	-0.0022	0.0025
0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0026	-0.0003	0.0008	-0.0050	-0.0007	-0.0017	0.0003	-0.0011	0.0019	0.0032

Tabla 46

Vector de fuerzas inerciales modales

	0.119	Tn
	0.114	Tn
	0.117	Tn
	0.111	Tn
	0.066	Tn
	52.368	Tn
FUERZAS =	43.855	Tn
	42.715	Tn
	42.670	Tn
	37.142	Tn
	0.012	Tn
	0.010	Tn
	0.009	Tn
	0.009	Tn
	0.012	Tn

Tabla 47

Vector de desplazamientos $[D]=[K^{-1}][F]$

		7.6919E-06	m
		1.6049E-05	m
		2.5109E-05	m
		3.4088E-05	m
		4.2657E-05	m
		0.00301757	m
		0.00623859	m
Desplazamientos	=	0.00972635	m
		0.01320499	m
		0.01653852	m
		-3.89E-07	m
		-8.176E-07	m
		-1.291E-06	m
		-1.772E-06	m
		-2.242E-06	m

Tabla 48

Resultado de las fuerzas inerciales y desplazamientos del centro de masa de la estructura.

NIVEL	$F_x(Tn)$	$F_y(Tn)$	$F_e(Tn-m)$	$D_x(m)$	$D_y(m)$	$D_e(rad)$
1	0.11912221	52.3684719	0.011689348	7.69188E-06	0.00301757	-3.88963E-07
2	0.11367155	43.8552316	0.010370694	1.60489E-05	0.00623859	-8.17566E-07
3	0.11739473	42.7146089	0.008750958	2.51087E-05	0.00972635	-1.29138E-06
4	0.11098563	42.6703977	0.009478539	3.40875E-05	0.01320499	-1.77243E-06
5	0.06627473	37.1419588	0.012393905	4.26573E-05	0.01653852	-2.24154E-06

Tabla 49

Resultados del pórtico A, dirección y-y

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	28.622	0.003020889	0.003021	0.013594	5	0.0027188	Cumple
2	22.081	0.006245569	0.003225	0.014511	3.5	0.004146016	Cumple
3	21.041	0.009737373	0.003492	0.015713	3.5	0.004489462	Cumple
4	22.468	0.013220114	0.003483	0.015672	3.5	0.00447781	Cumple
5	12.137	0.01655764	0.003338	0.015019	3.5	0.004291105	Cumple

Tabla 50*Resultados del pórtico B, dirección y-y*

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	-2.415	0.00302	0.00302	0.013584	5	0.0027168	Cumple
2	-0.132	0.00624	0.00322	0.0145	3.5	0.0041429	Cumple
3	0.338	0.00973	0.00349	0.015701	3.5	0.0044860	Cumple
4	-1.112	0.01321	0.00348	0.01566	3.5	0.0044743	Cumple
5	6.458	0.01654	0.00333	0.015007	3.5	0.0042877	Cumple

Tabla 51*Resultados del pórtico C, dirección y-y*

Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	-2.413	0.003016	0.003016	0.013574	5	0.002715	Cumple
2	-0.132	0.006236	0.003220	0.014489	3.5	0.004140	Cumple
3	0.338	0.009723	0.003486	0.015689	3.5	0.004483	Cumple
4	-1.111	0.013200	0.003477	0.015648	3.5	0.004471	Cumple
5	6.453	0.016532	0.003332	0.014995	3.5	0.004284	Cumple

Tabla 52*Resultados del pórtico D, dirección y-y*

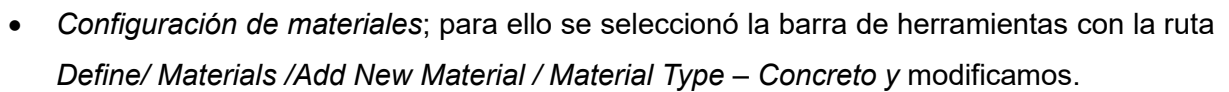
Nivel	Fuerza inercial modal(Tn)	Desplazamientos elásticos(m)	D.R.E	D.R.I	h(m)	Derivas	Condición
1	28.5751	0.003014	0.00301	0.013564	5	0.002713	Cumple
2	22.0380	0.006232	0.00322	0.014478	3.5	0.004137	Cumple
3	20.9968	0.009715	0.00348	0.015677	3.5	0.004479	Cumple
4	22.4256	0.013190	0.00347	0.015635	3.5	0.004467	Cumple
5	12.0941	0.016519	0.00333	0.014983	3.5	0.004281	Cumple

5.2. Análisis estructural método computacional

Para realizar el análisis estructural mediante la herramienta Software SAP 2000 v.24 se siguieron los siguientes pasos:

- Dibujo de estructura; para ello se seleccionó la barra de herramientas con la ruta *File / New model / Grid Only /Ok*. Editamos Grid Only, antickik a la pantalla */ modify show Sistem / Spacing.*, se dibuja la estructura de acuerdo a las distancias entre ejes según plano en ambas direcciones.

Dibujo de la Estructura.



Configuración de los materiales.

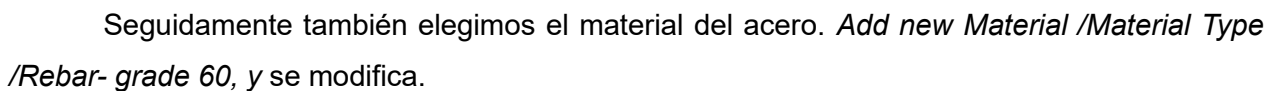
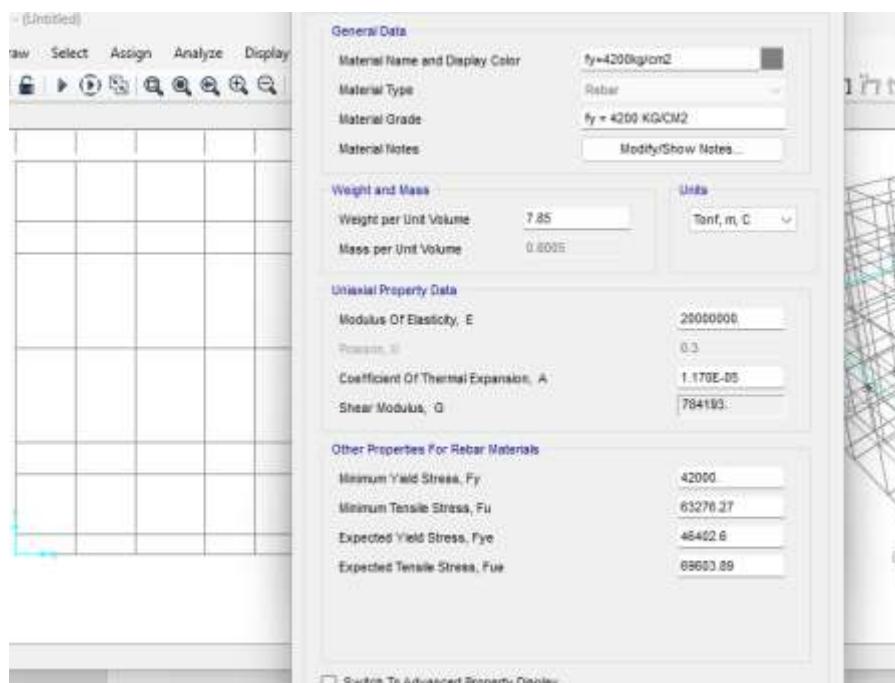


Figura 8

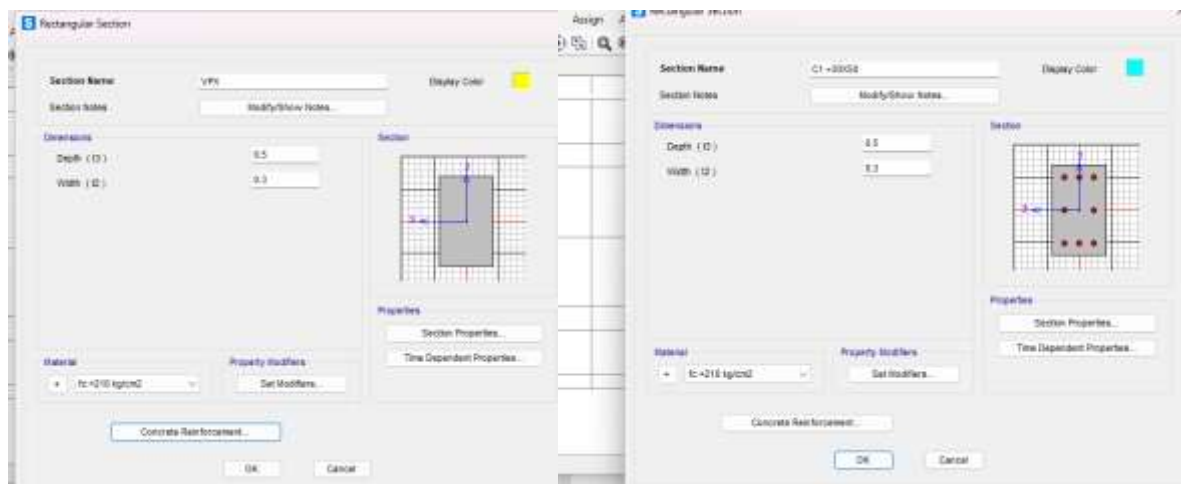
Selección de material.



Configuración de secciones; para ello se seleccionó la barra de herramientas con la ruta, *Define/Section Properties/ Frame sections*. Tanto para elementos Frame y áreas. Se elige concreto y se modifica

Figura 9

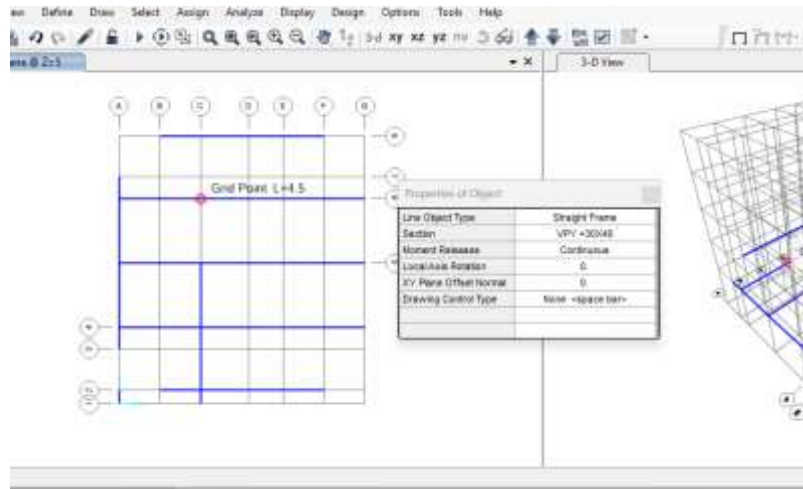
Configuración de secciones.



En la barra de menú se dibuja la estructura con las secciones de los elementos correspondientes de izquierda a derecha para vigas y para columnas de abajo hacia arriba columnas, losas y placas.

Figura 10

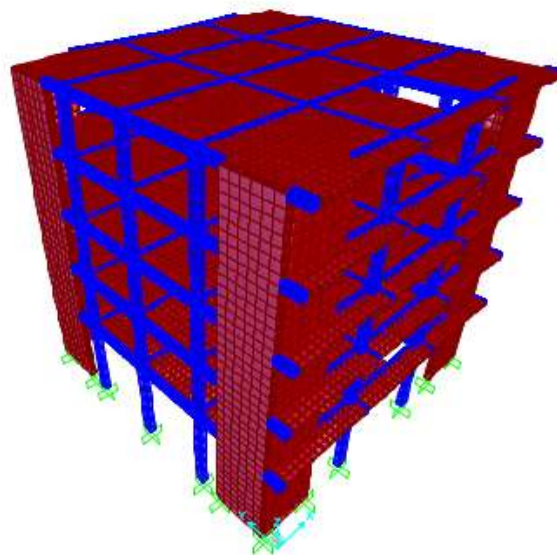
Dibujo de la estructura.



Discretización de los muros de corte; en la barra de herramientas se seleccionó la siguiente ruta; Assing/área/ Automatic Area mesh/ this Maximun Size; se discretiza 0.5

Figura 11

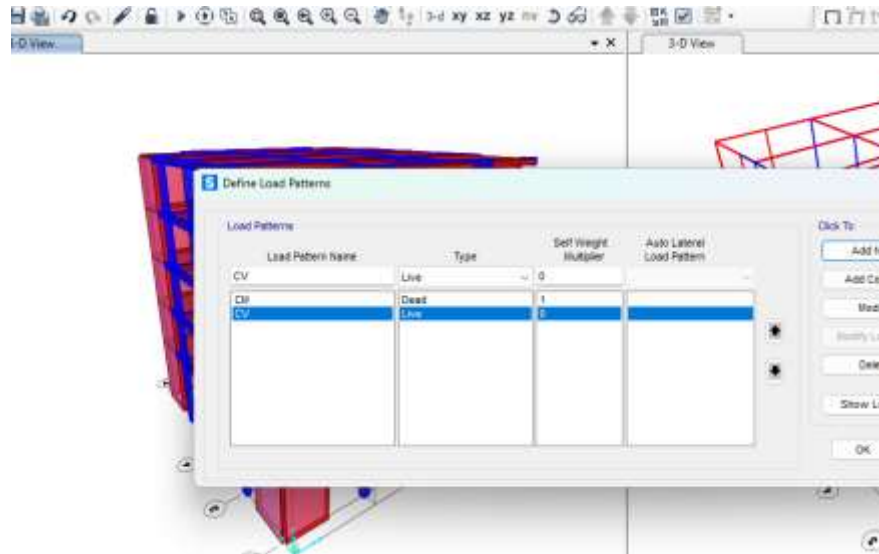
Discretización de los muros de corte



Configuración de patrones de carga.; se seleccionó la barra de herramientas en la ruta Define / Load Patterns. Dejamos que considere la carga muerta asignamos 1, el resto de cargas 0

Figura 12

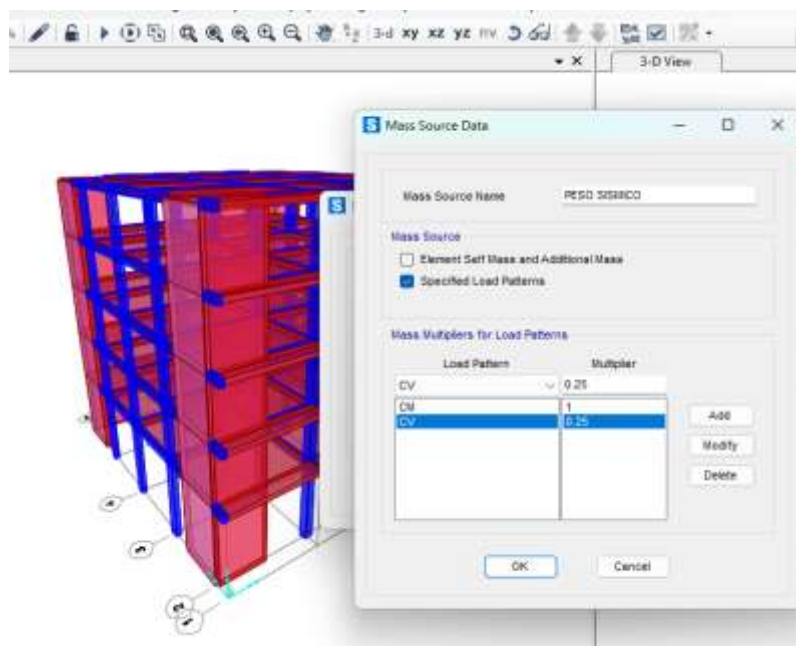
Configuración de patrones de carga.



Configuración del peso sísmico, seleccionó la barra de herramientas y en la ruta Define/ Mass Source. Añadimos nueva Mass Source.

Figura 13

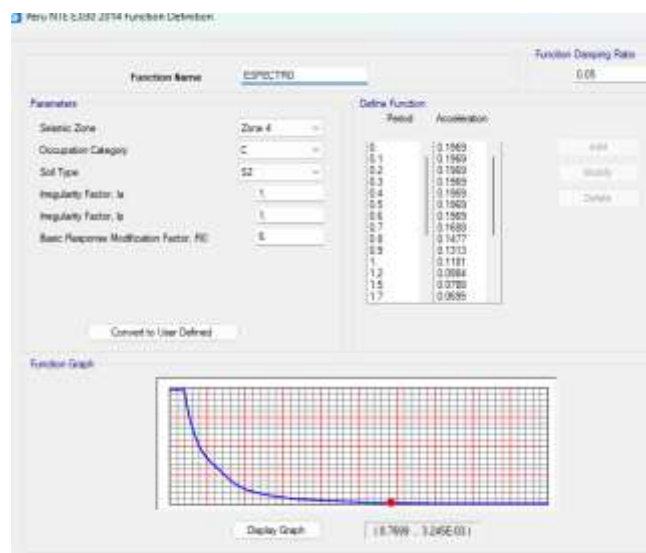
Configuración del peso sísmico



Configuración del espectro de aceleración; se seleccionó la barra de menú *Define/Funcion/ Response Spectrum*. Seleccionamos la norma técnica peruana E.030, 2014 añadimos nueva función y los parámetros sísmicos de acuerdo a la zona y tipo de edificación.

Figura 14

Configuración del espectro de aceleración

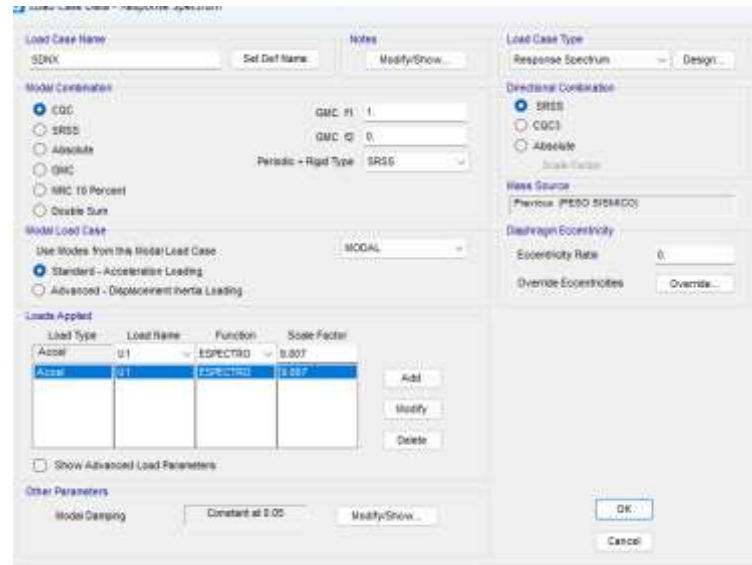


Definimos el espectro de respuesta para cada dirección siguiendo la siguiente ruta

Define/load cases/ Response Spectrum/Modify . para cada dirección y asignamos la gravedad

Figura 15

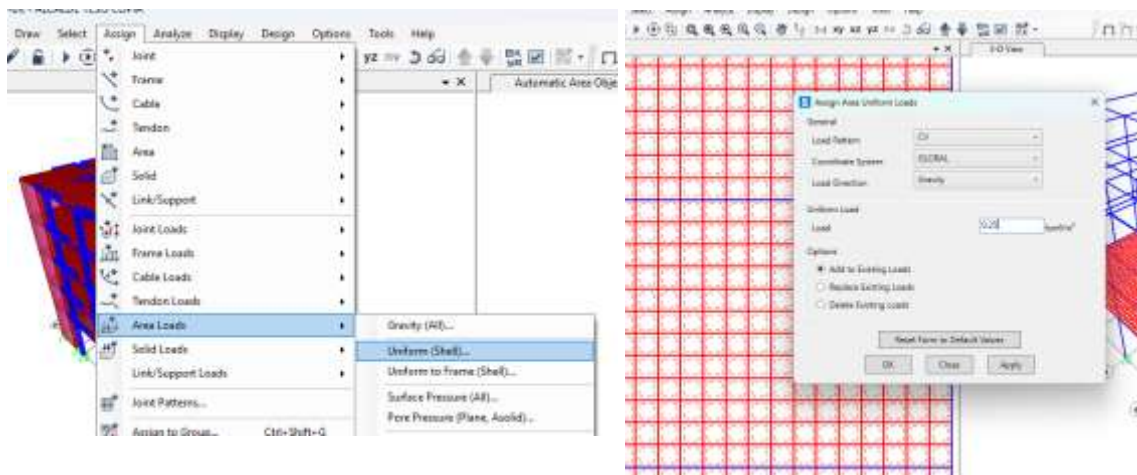
Espectro de respuesta.



Seleccionamos la losa y asignamos carga viva y carga muerta en todos los niveles, recordando que la carga muerta solo es carga de 0.1 tn/m² y 0.25 tn/m² carga vida excepto el ultimo nivel. Siguiendo la ruta:

Figura 16

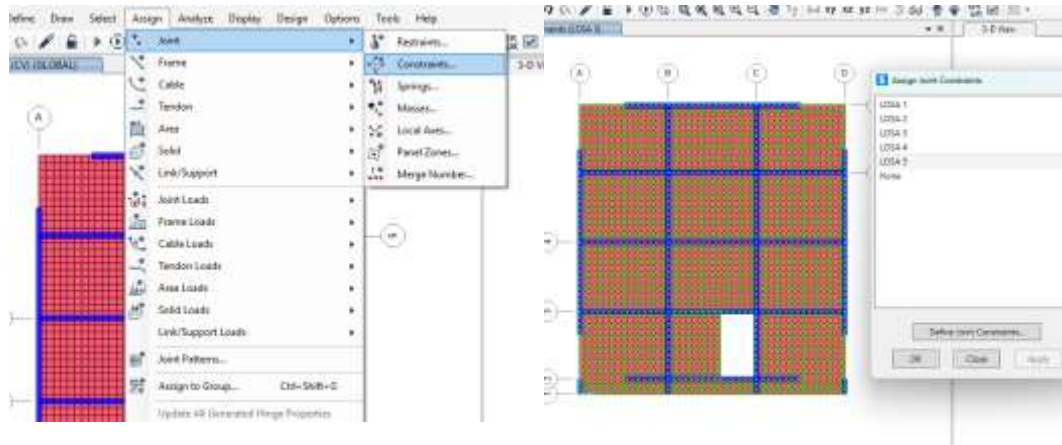
Asignación de cargas.



Asignación de diafragma rígido en cada nivel; para ello se seleccionó la herramienta siguiendo la siguiente ruta.

Figura 17

Asignación de diafragma rígido

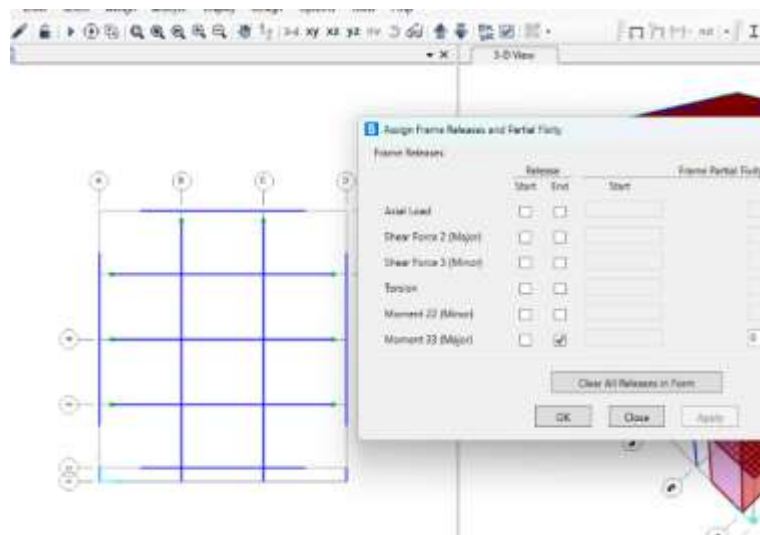


Configuración de relaxis,

En la barra de menú, *seleccionamos los elementos frame* y ocultamos los demás elementos

Figura 18

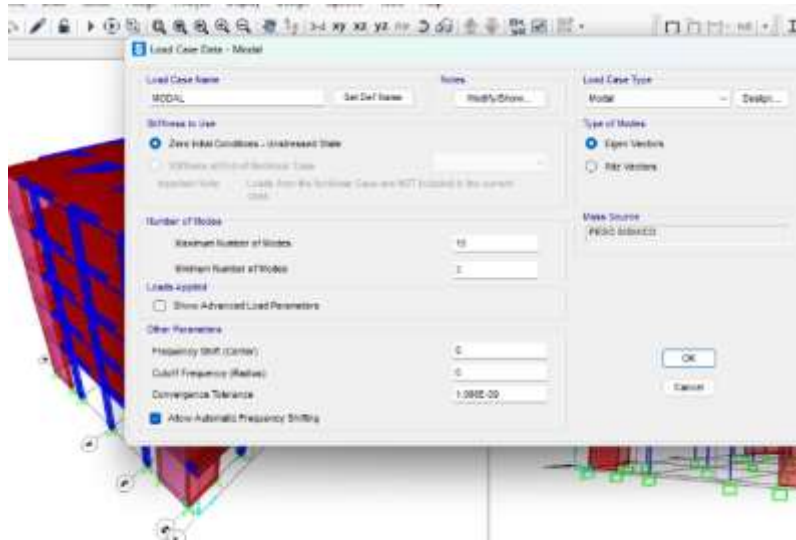
Configuración de relaxis.



Especificación de modos, seguimos la siguiente ruta Define/load cases/Modal /modify.

Figura 19

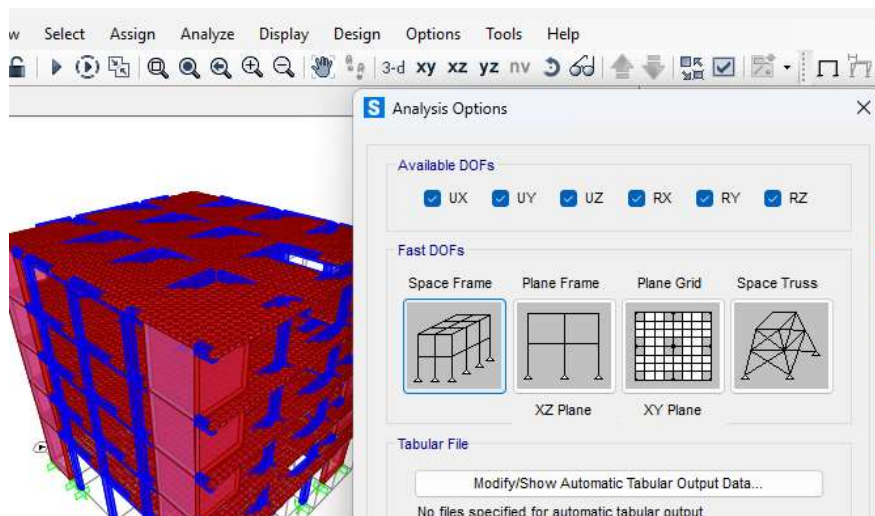
Especificación de modos



Analizamos que la estructura se encuentre activado en 3D. finalmente se corre el programa

Figura 20

Modelado en 3D



5.2.1. Análisis de resultados método computacional Software SAP 2000v.24

Tabla 53

Frecuencias y Periodos de Vibración

TABLE: Modal Periods And Frequencies						
OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.507561	1.970206226	12.37917081	153.2438699
MODAL	Mode	2	0.493017	2.028326248	12.74434968	162.4184488
MODAL	Mode	3	0.299124	3.343090654	21.00525808	441.2208669
MODAL	Mode	4	0.114012	8.771010819	55.1098863	3037.099569
MODAL	Mode	5	0.11231	8.903907742	55.9449023	3129.832093
MODAL	Mode	6	0.10379	9.634839665	60.53748302	3664.786851
MODAL	Mode	7	0.096498	10.36296166	65.11240843	4239.625731
MODAL	Mode	8	0.093153	10.73506637	67.45041126	4549.557979
MODAL	Mode	9	0.084096	11.89117934	74.71448329	5582.254013
MODAL	Mode	10	0.081934	12.20489508	76.68561745	5880.683924
MODAL	Mode	11	0.080291	12.45476791	78.25561475	6123.94124
MODAL	Mode	12	0.077786	12.85578242	80.7752632	6524.643146
MODAL	Mode	13	0.076444	13.08150023	82.19349005	6755.769807
MODAL	Mode	14	0.073929	13.5265734	84.98996727	7223.294537
MODAL	Mode	15	0.073756	13.55816523	85.18846458	7257.074497

Participación de la masa efectiva

La norma E.030 Diseño Sismorresistente menciona en un Análisis Dinámico Modal Espectral, en cada dirección se consideren los modos de vibración cuya suma de participación de la masa efectiva en cada modo de vibración sea por lo menos del 90% de la masa total. Pero se deben considerar por lo menos los tres primeros modos predominantes.

Tabla 54

Modos de vibración

TABLE: Modal Participating Mass Ratios								
OutputCase	StepNum	Period	UX	UY	UZ	SumUX	SumUY	RZ
Text	Unitless	Sec	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless	Unitless
MODAL	1	0.507561	0.77046	0.000018	0.000000782	0.77046	0.000018	0.000023
MODAL	2	0.493017	0.000019	0.771989	0.000005224	0.770479	0.772008	0.00000556
MODAL	3	0.299124	0.000015	0.000005274	9.588E-07	0.770494	0.772013	0.745592
MODAL	4	0.114012	0.166162	0.000004567	0.000051	0.936656	0.772018	0.000028
MODAL	5	0.11231	0.000004087	0.16672	0.000005245	0.936661	0.938738	0.00000102
MODAL	6	0.10379	0.000003009	6.055E-07	0.532779	0.936664	0.938739	4.951E-07
MODAL	7	0.096498	0.000426	0.00000266	0.000028	0.93709	0.938741	0.000002981
MODAL	8	0.093153	0.000029	0.000178	0.001921	0.937119	0.938919	0.000002718
MODAL	9	0.084096	0.0000077	6.325E-10	0.01527	0.937126	0.938919	0.000049
MODAL	10	0.081934	0.000002767	0.000003777	0.000057	0.937129	0.938923	0.000958
MODAL	11	0.080291	0.000011	1.678E-08	0.042333	0.93714	0.938923	0.000397
MODAL	12	0.077786	4.545E-07	3.583E-07	0.004447	0.93714	0.938923	0.000011
MODAL	13	0.076444	9.801E-07	0.000003088	0.036507	0.937141	0.938927	0.000024
MODAL	14	0.073929	0.000003513	0.000105	0.000288	0.937145	0.939032	0.000088
MODAL	15	0.073756	0.000004568	0.000148	0.001739	0.937149	0.93918	0.000107

a. Análisis de la dirección x-x

Tabla 55

Análisis del pórtico 1

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
Text	Text	m	m	m				
2-1	SDNX	0	0	0	0	0	0	
2-2	SDNX	0.003149	0.000021	0.000716	0.003149	0.0141705	0.0028341	CUMPLE
2-3	SDNX	0.006556	0.000039	0.000855	0.003407	0.0153315	0.00438043	CUMPLE
2-4	SDNX	0.010308	0.000057	0.00091	0.003752	0.016884	0.004824	CUMPLE
2-5	SDNX	0.014085	0.000073	0.000905	0.003777	0.0169965	0.00485614	CUMPLE
2-6	SDNX	0.017682	0.000087	0.000883	0.003597	0.0161865	0.00462471	CUMPLE

Tabla 56

Análisis del pórtico 2

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
Text	Text	m	m	m				
4-1	SDNX	0	0	0	0	0		
4-2	SDNX	0.00314	0.000021	0.000292	0.00314	0.01413	0.002826	CUMPLE
4-3	SDNX	0.00654	0.000039	0.000453	0.0034	0.0153	0.004371	CUMPLE
4-4	SDNX	0.010285	0.000057	0.000565	0.003745	0.0168525	0.004815	CUMPLE
4-5	SDNX	0.014056	0.000073	0.000632	0.003771	0.0169695	0.004848	CUMPLE
4-6	SDNX	0.017649	0.000087	0.000658	0.003593	0.0161685	0.004620	CUMPLE

Tabla 57

Análisis del pórtico 3

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
Text	Text	m	m	m				
5-1	SDNX	0	0	0	0	0		
5-2	SDNX	0.003131	0.000021	0.000137	0.003131	0.0140895	0.0028179	CUMPLE
5-3	SDNX	0.006523	0.000039	0.00022	0.003392	0.015264	0.00436114	CUMPLE
5-4	SDNX	0.010262	0.000057	0.000283	0.003739	0.0168255	0.00480729	CUMPLE
5-5	SDNX	0.014027	0.000073	0.000323	0.003765	0.0169425	0.00484071	CUMPLE
5-6	SDNX	0.017614	0.000087	0.000339	0.003587	0.0161415	0.00461186	CUMPLE

Tabla 58

Análisis del pórtico 4

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
Text	Text	m	m	m				
6-1	SDNX	0	0	0	0	0		
6-2	SDNX	0.003121	0.000021	0.000281	0.003121	0.0140445	0.0028089	CUMPLE
6-3	SDNX	0.006506	0.000039	0.000436	0.003385	0.0152325	0.00435214	CUMPLE
6-4	SDNX	0.010238	0.000057	0.000545	0.003732	0.016794	0.00479829	CUMPLE
6-5	SDNX	0.013998	0.000073	0.00061	0.00376	0.01692	0.00483429	CUMPLE
6-6	SDNX	0.01758	0.000087	0.000635	0.003582	0.016119	0.00460543	CUMPLE

Tabla 59

Análisis del pórtico 5

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3				
Text	Text	m	m	m	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
8-1	SDNX	0	0	0	0	0		
8-2	SDNX	0.003112	0.000021	0.000709	0.003112	0.014004	0.0028008	CUMPLE
8-3	SDNX	0.00649	0.000039	0.000846	0.003378	0.015201	0.00434314	CUMPLE
8-4	SDNX	0.010215	0.000057	0.000898	0.003725	0.0167625	0.00478929	CUMPLE
8-5	SDNX	0.013969	0.000073	0.000893	0.003754	0.016893	0.00482657	CUMPLE
8-6	SDNX	0.017547	0.000087	0.000872	0.003578	0.016101	0.00460029	CUMPLE

b. Análisis de los pórticos en dirección y-y

Tabla 60

Análisis del pórtico A

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3				
Text	Text	m	m	m	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
2-1	SDNY	0	0	0	0	0		
2-2	SDNY	0.000009807	0.002999	0.000746	0.002999	0.0134955	0.0026991	CUMPLE
2-3	SDNY	0.00002	0.006203	0.000894	0.003204	0.014418	0.00411943	CUMPLE
2-4	SDNY	0.000032	0.009727	0.000958	0.003524	0.015858	0.00453086	CUMPLE
2-5	SDNY	0.000044	0.013275	0.000961	0.003548	0.015966	0.00456171	CUMPLE
2-6	SDNY	0.000056	0.01666	0.000945	0.003385	0.0152325	0.00435214	CUMPLE

Tabla 61

Análisis del pórtico B

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3				
Text	Text	m	m	m	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
2-13	SDNY	0	0	0	0	0		
2-14	SDNY	0.000009807	0.002994	0.000238	0.002994	0.013473	0.0026946	CUMPLE
2-15	SDNY	0.00002	0.006192	0.000375	0.003198	0.014391	0.00411171	CUMPLE
2-16	SDNY	0.000032	0.00971	0.000475	0.003518	0.015831	0.00452314	CUMPLE
2-17	SDNY	0.000044	0.013252	0.000536	0.003542	0.015939	0.004554	CUMPLE
2-18	SDNY	0.000056	0.016631	0.000561	0.003379	0.0152055	0.00434443	CUMPLE

Tabla 62

Análisis del pórtico C

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3				
Text	Text	m	m	m	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
2-19	SDNY	0	0	0	0	0		
2-20	SDNY	0.000009807	0.002988	0.000221	0.002988	0.01345	0.0026892	CUMPLE
2-21	SDNY	0.00002	0.006182	0.000348	0.003194	0.01437	0.0041066	CUMPLE
2-22	SDNY	0.000032	0.009693	0.000441	0.003511	0.01580	0.0045141	CUMPLE
2-23	SDNY	0.000044	0.01323	0.000499	0.003537	0.01592	0.0045476	CUMPLE
2-24	SDNY	0.000056	0.016602	0.000523	0.003372	0.01517	0.0043354	CUMPLE

Tabla 63

Análisis del pórtico D

TABLE: Joint Displacements								
Joint	OutputCase	U1	U2	U3				
Text	Text	m	m	m	DRE	DRI	DERIVAS	CONDICIÓN
2-31	SDNY	0	0	0	0			
2-32	SDNY	0.000009807	0.002983	0.000745	0.0029830	0.0134235	0.002685	CUMPLE
2-33	SDNY	0.00002	0.006171	0.000893	0.0031880	0.0143460	0.004099	CUMPLE
2-34	SDNY	0.000032	0.009677	0.000957	0.0035060	0.0157770	0.004508	CUMPLE
2-35	SDNY	0.000044	0.013207	0.00096	0.0035300	0.0158850	0.004539	CUMPLE
2-36	SDNY	0.000056	0.016573	0.000943	0.0033660	0.0151470	0.004328	CUMPLE

5.3. Comparativo de resultados entre ambos métodos

La estructura de 5 niveles con muros de corte los modos de vibración en cada dirección presentó como resultados máximos de frecuencias y periodos de vibración para el análisis mediante (**método Matricial**) 0.63 s y 0.59s en la dirección x-x, y en la dirección y-y respectivamente, en cambio los resultados mediante el (**método computacional**) programa SAP 2000 v.24 se obtuvo periodos máximo de 0.507 y 0.49 en la dirección x-x, y en la dirección y-y , respectivamente , ambos resultados indican que la estructura tiene mayor rígida en la dirección y-y, a si mismo los modos de vibración de la estructura tienen una participación de masa efectiva más 93 % en el análisis dinámico.

Se presentó algunas diferencias en ambos métodos, una de las razones el programa de cómputo SAP 2000 usa el método de elementos finitos en el análisis indicando a mayor discretización tendrá mayor periodo, para el caso analizado se discretizó la losa y los muros de corte en 0.5.

Los resultados de las fuerzas inerciales modales fueron calculados del modo de vibración más relevante, cada modo de vibración de la estructura tiene sus propias fuerzas inerciales en la dirección analizada lo cual generan los desplazamientos elásticos.

Los resultados analizados en cada pórtico presentaron desplazamientos elásticos como error absoluto máximo de 0.28mm en la dirección x-x, y 0.1 mm para la dirección y-y. Los desplazamientos relativos inelásticos se obtuvieron como error máximo de 2.24% en los pórticos de dirección x-x, y 1.75% en la dirección y-y. Dichos resultados analizados mediante cada método presentaron diferencias insignificantes lo que garantiza la eficacia de ambos métodos.

5.4. Validación de hipótesis

Hipótesis general:

Los resultados de cada método condujeron a una mayor precisión en la predicción del comportamiento de la estructura, obteniendo valores con diferencias insignificantes, permitiendo tener una mejora en la captura de la compresión o interpretación de resultados.

Hipótesis Específicos

- Los resultados obtenidos con cada método de modos de vibración, frecuencias y periodos presento diferencias debido a las variaciones en la modelación matricial de la estructura y las aproximaciones numéricas utilizadas en el Software SAP 2000 v24, porque es un programa que usa el método de elementos finitos.
- Los desplazamientos elásticos obtenidos con cada método resultaron valores con diferencias insignificantes.
- Las derivas obtenidos con cada método analizado, cumplieron con la norma E.030 Diseño Sismorresistente.

Tabla 64*Análisis de resultados del pórtico 1, dirección x-x*

NIVEL	Desplazamientos		Desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.003149	0.0031162	0.01417	0.014023	0.0328	1.04%
2	0.006556	0.0065160	0.01533	0.015299	0.0400	0.21%
3	0.010308	0.0102390	0.01688	0.016754	0.0690	0.77%
4	0.014085	0.0139814	0.01700	0.016841	0.1036	0.92%
5	0.017682	0.0175927	0.01619	0.016251	0.0893	-0.40%

Tabla 65*Análisis de resultados del pórtico 2, dirección x-x*

Nivel	Desplazamientos		Desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.00314	0.003102	0.014130	0.0139590	0.038	1.21%
2	0.00654	0.006486	0.015300	0.0152280	0.054	0.47%
3	0.010285	0.010193	0.016853	0.0166815	0.092	1.01%
4	0.014056	0.013917	0.016970	0.0167580	0.139	1.25%
5	0.017649	0.017512	0.016169	0.0161775	0.137	-0.06%

Tabla 66*Análisis de resultados del pórtico 3, dirección x-x*

Nivel	Desplazamientos elásticos		Desplazamientos relativos inelásticos		Errores	
	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos (mm)	Relativos
N#						
1	0.003131	0.003088	0.01409	0.01390	0.043	1.37%
2	0.006523	0.006456	0.01526	0.01516	0.067	0.71%
3	0.010262	0.010144	0.01683	0.01660	0.118	1.36%
4	0.014027	0.013851	0.01694	0.01668	0.176	1.54%
5	0.017614	0.017428	0.01614	0.01610	0.186	0.28%

Tabla 67*Análisis de resultados del pórtico 4, dirección x-x*

Nivel	Desplazamientos elásticos		Desplazamientos relativos inelásticos		Errores	
	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos (mm)	Relativos
N#						
1	0.00312	0.003073	0.014045	0.0138285	0.048	1.54%
2	0.00651	0.006425	0.015233	0.015084	0.081	0.97%
3	0.01024	0.010096	0.016794	0.0165195	0.142	1.63%
4	0.01400	0.013785	0.016920	0.0166005	0.213	1.89%
5	0.01758	0.017344	0.016119	0.0160155	0.236	0.64%

Tabla 68*Análisis de resultados del pórtico 5, dirección x-x*

Nivel	Desplazamientos		desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
	SAP					
N#	2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.003112	0.00305	0.014004	0.01372500	0.062	1.99%
2	0.00649	0.006395	0.015201	0.01505250	0.095	0.98%
3	0.010215	0.01005	0.016763	0.01644750	0.165	1.88%
4	0.013969	0.01372	0.016893	0.01651500	0.249	2.24%
5	0.017547	0.01726	0.016101	0.01593000	0.287	1.06%

Tabla 69*Análisis de resultados del pórtico A, dirección y-y*

Nivel	Desplazamientos		Desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.002999	0.003020889	0.01350	0.013594001	0.02189	-0.73%
2	0.006203	0.0062455	0.01442	0.01451075	0.04250	-0.64%
3	0.009727	0.009737	0.01586	0.01571175	0.01000	0.92%
4	0.013275	0.013220144	0.01597	0.015674148	0.05486	1.83%
5	0.01666	0.016557	0.01523	0.015015852	0.10300	1.42%

Tabla 70*Análisis de resultados del pórtico B, dirección y-y*

Nivel	Desplazamientos		Desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.002994	0.00302	0.013473	0.013590	0.026	-0.87%
2	0.006192	0.006241	0.014391	0.014495	0.049	-0.72%
3	0.00971	0.00973	0.015831	0.015701	0.020	0.82%
4	0.013252	0.01321	0.015939	0.015660	0.042	1.75%
5	0.016631	0.01654	0.015206	0.014985	0.091	1.45%

Tabla 71*Análisis de resultados del pórtico C, dirección y-y*

Nivel	Desplazamientos		Desplazamientos relativos		Errores	
	elásticos		inelásticos			
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos(mm)	Relativos
1	0.002988	0.00302	0.01345	0.013572	0.0280	-0.94%
2	0.006182	0.00624	0.01437	0.01449	0.0540	-0.81%
3	0.009693	0.00972	0.01580	0.015691	0.0300	0.68%
4	0.01323	0.01320	0.01592	0.015646	0.0300	1.70%
5	0.016602	0.01653	0.01517	0.014994	0.0700	1.19%

Tabla 72*Análisis de resultados del pórtico D, dirección y-y*

Desplazamientos			Desplazamientos relativos			
Nivel	elásticos		inelásticos		Errores	
N#	SAP 2000	Matricial	SAP 2000	Matricial	Absolutos (mm)	Relativos
1	0.002983	0.00301	0.013424	0.013545	0.027	-0.91%
2	0.006171	0.006232	0.014346	0.014499	0.061	-1.07%
3	0.009677	0.009715	0.015777	0.015673	0.038	0.66%
4	0.013207	0.01319	0.015885	0.015637	0.017	1.56%
5	0.016573	0.016519	0.015147	0.014980	0.054	1.10%

5.5. Discusión de resultados

En respuesta al objetivo general, se realizó el análisis Sísmico Dinámico Modal Espectral a una estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado mediante el cálculo matricial tridimensional y el uso del programa de cálculo estructural Software SAP 2000v.2024 con el fin de comparar los resultados obtenidos con ambos métodos en términos de confiabilidad y precisión para una zona 4 del Perú. Al respecto sobre el cumplimiento del objetivo específico 1, se calculó y analizó los modos de vibración, frecuencias y periodos de una estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado, mediante el cálculo matricial tridimensional y el software de cálculo estructural SAP 2000 v.24 en un análisis sísmico dinámico modal espectral, obteniendo como resultados máximos de frecuencias y periodos de vibración para el análisis Matricial 0.63 s y 0.59s en la dirección x-x, y en la dirección y-y respectivamente, en cambio los resultados mediante el programa SAP 2000 v.24 se obtuvo periodos máximo de 0.507 y 0.49 en la dirección x-x, y en la dirección y-y , respectivamente.

Esto se refuerza con el libro de Copa (1993), quien nos muestra cómo se realiza un análisis dinámico modal espectral mediante cálculos matriciales en tres dimensiones, considerando tres grados de libertad por nivel, mostrándonos el comportamiento como diafragma horizontal de una losa. Además de mostrarnos que es posible desacoplar el sistema de ecuaciones en base a la matriz modal obtenido mediante el método Jacobi.

Seguidamente se evaluó las fuerzas inerciales modales más relevantes de la estructura y se calculó los desplazamientos elásticos de una estructura de 5 niveles con muros de corte, en cada pórtico por nivel matricialmente y se comparó los desplazamientos elásticos con los resultados del Software de cálculo estructural SAP 2000.v2024 en los pórticos en cada dirección. Los resultados de las fuerzas inerciales modales fueron calculados del modo de vibración más relevante, cada modo de vibración de la estructura tiene sus propias fueras inerciales en la dirección analizada lo cual generan los desplazamientos elásticos.

Estos resultados se asemejan a los encontrados por Según (Rupay et al., 2023) , donde nos menciona que, a través del empleo del método directo de la rigidez para determinar la rigidez lateral de la mencionada estructura, valido sus resultados mediante programas como SAP 2000 y Ftoot, de donde obtuvo que se generaron diagramas de fuerzas, momentos y cortantes basados en los resultados finales de todo el análisis realizado.

Al final se determinó los desplazamientos relativos inelásticos en los pórticos con cada método a fin de comparar los resultados en términos de confiabilidad y verificar si las derivas cumplen con la norma E.030 Diseño Sismorresistente del RNE, de una estructura de cinco niveles con muros de corte de concreto armado para una zona 4 de Perú. Los resultados analizados en cada pórtico presentaron desplazamientos elásticos como error absoluto máximo de 0.28mm en la dirección x-x, y 0.1 mm para la dirección y-y. Los desplazamientos relativos inelásticos se obtuvieron como error máximo de 2.24% en los pórticos de dirección x-x, y 1.75% en la dirección y-y. Dichos resultados analizados mediante cada método presentaron diferencias insignificantes que valida la eficacia de ambos métodos.

Esto se refuerza con el estudio de (Cevasco & Condo, 2020), quien se enfocó en examinar el comportamiento sísmico dinámico de un edificio de 37 niveles con disipadores de fluido viscoso en la Victoria, del cual logro determinar los desplazamientos, derivas y fuerzas cortantes máximas de la edificación, a través de la implementación de disipadores de energía permitió analizar la estructura existente utilizando el software ETABS 18.1.1. de donde logro determinar desplazamientos, derivas y fuerzas cortantes máximas de la edificación,

VII. CONCLUSIONES

El análisis estructural mediante el cálculo matricial en un sistema 3D, se obtuvieron, como resultado de las frecuencias y periodos máximos en cada dirección fue de 9.97 rad/s, 0.63 s en la dirección x-x, y 10.49 rad/s, 0.59s en la dirección y-y, del análisis matricial, indicando este resultado que la estructura es más rígida en la dirección y-y. En el análisis estructural calculados mediante el Software SAP 2000 v24 el modo con mayor frecuencia y periodo se obtuvo en la dirección x-x, con frecuencia circular de 12.37rad/s y periodo de vibración de 0.507s; para la dirección y-y frecuencia circular de 12.74rad/s y periodo 0.493s, indicando que la estructura es más rígida en dicha dirección, ambos métodos presentan algunas diferencias en los resultados con periodos con error absoluto máximo de 0.13 s. para la dirección x-x, y para la dirección y-y 0.1s, software SAP 2000 es un método de elementos finitos, por lo tanto el periodo es inversamente proporcional a la discretización de muros de corte.

Se evaluó las fuerzas inerciales modales más relevantes de la estructura en cada dirección por nivel y se calculó los desplazamientos laterales, presentando como error absoluto máximo 0.28mm en los pórticos analizados en la dirección x-x, y para pórticos en la dirección y-y, error absoluto máximo 0.1mm, comparados con el programa SAP 2000 para una discretización de 0.5 en los muros de corte. Dichos resultados analizados mediante cada método presentaron diferencias insignificantes validando la eficacia de ambos métodos.

Los desplazamientos relativos inelásticos calculados con ambos métodos presentaron diferencias insignificantes en cada nivel de los pórticos, obteniendo como error relativo inelástico máximo de 2.24% en la dirección x-x, y 1.75% como error relativo inelástico máximo en los pórticos de la dirección y-y, considerando valores reales a los resultados del software SAP 2000; los límites de distorsión analizados con cada método en los pórticos en cada dirección cumplió con los parámetros sísmicos según la norma E.030 Diseño Sismorresistente, demostrando que ambos métodos son eficaces para el análisis sísmico dinámico modal espectral.

VIII. RECOMENDACIONES

- Se recomienda realizar el análisis dinámico modal espectral con otros programas de cómputo.
- Las matrices de rigidez tridimensional para cada pórtico en la dirección x-x, siempre tendrá valores en los extremos y ceros en medio en forma de cruz; y para los pórticos en la dirección y-y, valores de ceros en forma de L; excepto los pórticos formados en diagonal será una matriz llena, es una característica del procedimiento.
- Las iteraciones del método Jacobi termina cuando la matriz de rigidez tridimensional total de la estructura sea completamente diagonalizado, formando la matriz de valores propios $[A]$, recordando que dicha matriz de rigidez tridimensional antes de realizar las iteraciones mediante el método Jacobi, se multiplicará por la gravedad ($g=9.81\text{m/s}^2$), debido a que las unidades fuerza se emplea en la matriz de rigidez son: Ton-fuerza, convertimos dichas unidades a “KN” (Kilo-Newton).
- Se recomienda utilizar el programa de cómputo Python para programar el método de Jacobi, es programa gratuito y potencia.
- Las fuerzas inerciales más relevantes del modo de vibración serán las primeras columnas de la matriz del factor de participación $[r *]$ de cada dirección, recordando que las primeras columnas pertenecen a la dirección x-x, las siguientes a la dirección y-y, y las ultimas al giro, esto dependerá del número de niveles de la estructura.
- El SAP 2000, es un software que utiliza el método de elementos finitos por lo tanto se recomienda una discretización de 0.5 en los muros de corte para no trabar al software.

IX. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, G. J. (2021). *Diseño y Metodología de Investigación*.
- Barreto, M., & Samaniego, Q. (2021). Análisis sismorresistente de una edificación de seis niveles aplicando las normas E0.30 - 2014 Y E0.30 - 2018 en Pueblo Libre. *Tesis de pregrado*. Lima, Peru. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.14138/4745>
- Bernal, V., Ordoñez, M., & Ruiz, G. (2019). Análisis sísmico por el método directo de diseño sismo basado en desplazamiento (DDBD) de una estructura aporticada en concreto y su comparación con el método de fuerzas del reglamento colombiano de construcción sismo resistente (NSR-10). *Tesis de pregrado*. Universidad Piloto de Colombia, Bogotá D.C., Colombia. Obtenido de <http://repository.unipiloto.edu.co/handle/20.500.12277/6519>
- Borja, M. S. (2016). *Metodología de la investigación científica para ingenieros*. Chiclayo - Peru.
- Ceballos, C. (2017). Análisis de las derivas de pisos y asentamientos Producidos por el sismo del 16A, a través del Software Etabs con la NEC-2015 del edificio Geovanny Soria Ubicado en la calle 108 y AVE 108, del Canton Manta . Provincia de Manabí. *Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí Facultad de Ingeniería*. Ecuador. Obtenido de <https://repositorio.uleam.edu.ec/handle/123456789/611>
- Cevasco, B., & Condo, V. (2020). Análisis del comportamiento sísmico dinámico de un edificio multifamiliar de 37 niveles con disipadores de fluido viscoso en la Victoria. *Tesis de pregrado*. Lima, Peru. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.14138/3568>
- Copa, P. F. (1993). *Cálculo Sísmico de Estructuras*. Arequipa, Peru: Publi_Lince_Arequipa-Peru.
- CSI-ESPAIN. (2025). *Unificar la Ciencia para Innovar la Tecnología Computacional*. Obtenido de <https://www.csiespana.com/software/2/sap2000>
- Gálvez, C. (2018). Procedimiento para incorporar la excentricidad accidental en el diseño sísmico de edificios. *Universidad Autónoma del estado de Mexico*. México. Obtenido de <http://hdl.handle.net/20.500.11799/76573>

- García, V., Palacios, R., Mendoza, P., & Rodríguez, S. (2021). Analisis de Reforzamiento Sísmico del Edificio de Docentes N°1 de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista Riemat*. Universidad Tecnica de Manabí., Manabí, Ecuador. Obtenido de <https://revistas.utm.edu.ec/index.php/Riemat/article/view/3688>
- IGP. (3 de junio de 2022). *Instituto Geofísico del Perú*. Obtenido de <https://www.gob.pe/institucion/igp/noticias/615872-igp-informa-peru-pais-altamente-sismico>
- Muñoz, P. (2020). *Comentarios de la norma Peruana E.030 Diseño Sismorresistente*. Perú. Obtenido de https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/1129512/COMENTARIOS_A_LA_NORMA_PERUANA_E.030_DISEÑO_SISMORRESISTENTE.pdf
- Norma Técnica Peruana, E.030 Diseño sismorresistente (2020) *Reglamento Nacional de Edificaciones*. Perú.
- Peru, A. (19 de Febrero de 2023). *Asociación de Desarrolladores Inmobiliarios del Perú*. Recuperado el 05 de 11 de 2023, de <https://acortar.link/qvhp9u>
- Rupay, Vargas, Soto, G., Limachi, R., Espejo, C., Guevara, M., & Andrade, R. (junio de 2023). Comparación de los resultados del cálculo de la rigidez lateral de una estructura simétrica con arriostres. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3). Obtenido de https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6588

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de Consistencia

Problema de Investigación	Objetivos	Hipótesis	Variables	Metodología
– ¿Cómo calcular y analizar los modos, frecuencias y periodos de vibración de una estructura de 5 niveles de concreto armado en un análisis sísmico dinámico modal espectral mediante el método matricial y software SAP 2000 v.24 para una Zona 4 de Perú? – ¿Cuáles son las fuerzas inerciales modales más relevantes que producen los desplazamientos elásticos de una estructura de concreto armado de 5 niveles	Objetivo general: – Realizar el Análisis Sísmico Dinámico Modal Espectral a una estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado mediante el cálculo matricial tridimensional y el uso del programa de cálculo estructural Software SAP 2000v.2024 con el fin de comparar los resultados obtenidos con ambos métodos en términos de confiabilidad y precisión para una zona 4 del Perú Objetivos específicos: – Calcular y analizar los modos de vibración, frecuencias y periodos de una estructura de 5 niveles con muros de corte	Hipótesis general: – La mejora de la confiabilidad de los resultados del software computarizado SAP 2000 en un análisis sísmico dinámico tridimensional, mediante la integración del método matricial tridimensional, conducirá a una mayor precisión en la predicción del comportamiento estructural de edificación. Hipótesis específicas:	Análisis dinámico modal espectral Respuesta dinámica estructural	Enfoque: Cuantitativo. Tipo: Descriptiva Diseño: No experimental. Método: cálculo matricial en 3D y método computacional Población: La población sujeta a esta investigación se ve representada por las edificaciones de la Urbanización Villa California del Distrito de Castilla del departamento de Piura. Muestra: La muestra de esta investigación

con muros de corte en un análisis dinámico modal espectral para una zona altamente sísmica? – ¿Cómo calcular los desplazamientos relativos inelásticos de la estructura de 5 niveles con muros de corte de concreto armado con ambos métodos a fin de determinar si las derivas cumplen con la normativa E030? ¿Diseño Sismorresistente E.030 del Reglamento Nacional de Edificaciones en un análisis sísmico dinámico modal	de concreto armado, mediante el cálculo matricial tridimensional y el software de cálculo estructural SAP 2000 v.24 en un análisis sísmico dinámico modal espectral. – Evaluar las fuerzas inerciales modales más relevantes y calcular los desplazamientos elásticos de una estructura de 5 niveles con muros de corte, en cada pórtico matricialmente y comparar los desplazamientos elásticos con los resultados del Software de cálculo estructural SAP 2000.v2024 en los pórticos para cada dirección. – Determinar los desplazamientos relativos inelásticos en los pórticos con cada método a fin de	– Los resultados de los modos de vibración, frecuencias y periodos mediante el método matricial tridimensional y el software SAP 2000 v 2024 presentarán diferencias debido a las variaciones en la modelación matricial de la estructura y las aproximaciones numéricas utilizadas en las que se basa el SAP 2000. – Las fuerzas inerciales modales más relevantes que producen los desplazamientos elásticos a la estructura, calculados mediante	es de una edificación ubicada en la Urbanización Villa California del Distrito de Castilla del departamento de Piura. Técnicas e instrumentos: software SAP 2000, AutoCAD, Microsoft Excel, Python.
---	--	---	---

Espectral en la zona 4
de Perú?

comparar los resultados en
términos de confiabilidad y
verificar si las derivas
cumplen con la norma E.030
Diseño Sismorresistente del
RNE, de una estructura de
cinco niveles con muros de
corte de concreto armado
para una zona 4 de Perú.

el método matricial
resultarán valores
aproximados a los
resultados en cuanto
a los
desplazamientos
elásticos obtenido
mediante el SAP
2000.

- Los desplazamientos
relativos inelásticos
obtenidos con ambos
métodos estarán
estrechamente
relacionados y las
derivas cumplirán los
límites establecidos
por la norma E.030
Diseño
sismorresistente del
Reglamento Nacional
de Edificaciones.

Anexo 2. Programación del método de Jacobi en Python

```
import numpy as np

import math as m

import xlswriter

def completolerancia (matrix, orden, tolerancia):

    for i in range(orden):

        for j in range(orden):

            if abs(matrix[i][j])>tolerancia:

                return False

        return True

    return True

libro = xlswriter.Workbook('finnnn.xlsx')

hoja = libro.add_worksheet()

bold = libro.add_format({"bold": True})

titulo = libro.add_format({"bold": True, "font_size":
14, "bg_color": 'yellow'})

negrita = libro.add_format({"bold": True})

alider = libro.add_format({"valign": 'vcenter',"align":
'right'})
```

```

aliizq = libro.add_format({"valign": 'vcenter',"align":
'left'})

#Matriz estructural A0

A = np.loadtxt("matritesis.txt",delimiter=',')

orden=A.shape[0]

AA=[]

FI=[]

AA.append(A)

iter=1

cont=2

tolerancia=0.00000000000000000001

fi0=np.identity(orden)

e=True

while e==True:

    for i in range(orden):

        for j in range(i+1,orden):

            if A[i][j]!=0:

                tan = 2*A[i][j]/(A[i][i]-A[j][j])

                ang = 0.5*np.degrees(np.atan(tan))

```

```

        seno = m.sin(m.radians(ang))

        coseno = m.cos(m.radians(ang))

        P=np.identity(orden)

        P[i][i]=coseno

        P[j][j]=coseno

        P[i][j]=-seno

        P[j][i]=seno

        A1=np.transpose(P)@A@P

        fi=fi0@P

        #np.savetxt("A1.txt",A1,delimiter=',',fmt='%1.6f')

        print(f"Iteración nº {iter}")

        hoja.write(cont,0, f"Iteración nº {iter}", titulo); cont+=2

        print(f"i = {i+1}")

        hoja.write(cont,0, "i = ", alider); hoja.write(cont,1,
i+1,aliizq)

        print(f"j = {j+1}")

        hoja.write(cont,2, "j = ", alider); hoja.write(cont,3,
j+1,aliizq); cont+=2

        print(f"Matriz A{iter-1}:")

        hoja.write(cont,0, f"Matriz A{iter-1}:", negrita); cont+=2

        print(A)

```

```

        hoja.add_table(cont,1,cont+orden-1,orden, {'style': 'Table
Style    Light    15',"header_row":    0,"autofilter":    0,'banded_rows':
False,'banded_columns': False,"data": A}); cont+=orden+2

        print(f"Tangente 20: {tan}")

        hoja.write(cont,0, f"Tangente 20 : ", alider);
hoja.write(cont,1, tan,aliizq); cont+=1

        print(f"angulo 0: {ang}")

        hoja.write(cont,0, f"angulo 0 : ", alider);
hoja.write(cont,1, ang,aliizq); cont+=1

        print(f"cos0: {coseno}")

        hoja.write(cont,0, f"cos0 : ", alider); hoja.write(cont,1,
coseno,aliizq); cont+=1

        print(f"sen0: {seno}")

        hoja.write(cont,0, f"sen0 : ", alider); hoja.write(cont,1,
seno,aliizq); cont+=2

        print(f"Matriz P{iter-1}:")

        hoja.write(cont,0, f"Matriz A{iter-1}:", negrita); cont+=2

        print(P)

        hoja.add_table(cont,1,cont+orden-1,orden, {'style': 'Table
Style    Light    15',"header_row":    0,"autofilter":    0,'banded_rows':
False,'banded_columns': False,"data": P}); cont+=orden+2

        print(f"Matriz A{iter} = trans(P{iter-1}) * A{iter-1} *
P{iter-1}")

        hoja.write(cont,0, f"Matriz A{iter} = trans(P{iter-1}) *
A{iter-1} * P{iter-1}", negrita); cont+=2

```

```

        print(A1)

        hoja.add_table(cont,1,cont+orden-1,orden, {'style': 'Table
Style    Light    15',"header_row":    0,"autofilter":    0,'banded_rows':
False,'banded_columns': False,"data": A1}); cont+=orden+2

        print(f"Matriz fi{iter}:")

        hoja.write(cont,0, f"Matriz fi{iter}:", negrita); cont+=2

        print(fi)

        hoja.add_table(cont,1,cont+orden-1,orden, {'style': 'Table
Style    Light    15',"header_row":    0,"autofilter":    0,'banded_rows':
False,'banded_columns': False,"data": fi}); cont+=orden+2

        FI.append(fi)

        AA.append(A1)

        A=A1

        if iter>1:

            md=fi-fi0

            print("Matriz de diferencias fi:")

            hoja.write(cont,0, "Matriz de diferencias fi:", negrita);
cont+=2

            print(md)

            hoja.add_table(cont,1,cont+orden-1,orden, {'style':
'Table Style Light 15',"header_row": 0,"autofilter": 0,'banded_rows':
False,'banded_columns': False,"data": md}); cont+=orden+2

            if(cumpletolerancia(md,orden,tolerancia)):

```

```
break

        fi0=fi

        iter=iter+1

if e==False:

    libro.close()

    break
```

Anexo 03. Norma E 030 Diseño Sismorresistente.

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

CAPÍTULO I DISPOSICIONES GENERALES

Artículo 1.- Objeto

- 1.1. Esta Norma establece las condiciones mínimas para el Diseño Sismorresistente de las edificaciones.
- 1.2. Mientras no se cuente con normas nacionales específicas para estructuras tales como reservorios, tanques, silos, puentes, torres de transmisión, muelles, estructuras hidráulicas, túneles y todas aquellas cuyo comportamiento sísmico difiera del de las edificaciones, se debe utilizar los valores Z y S del Capítulo II amplificados de acuerdo a la importancia de la estructura considerando la práctica internacional.

Artículo 2.- Ámbito de Aplicación

- 2.1. Es de aplicación obligatoria a nivel nacional.
- 2.2. Se aplica al diseño de todas las edificaciones nuevas, al reforzamiento de las existentes y a la reparación de las estructuras que resulten dañadas por la acción de los sismos.

Artículo 3.- Filosofía y Principios del Diseño Sismorresistente

- 3.1. La filosofía del Diseño Sismorresistente consiste en:
 - a) Evitar pérdida de vidas humanas.
 - b) Asegurar la continuidad de los servicios básicos.
 - c) Minimizar los daños a la propiedad.
- 3.2. Se reconoce que dar protección completa frente a todos los sismos no es técnica ni económicamente factible para la mayoría de las estructuras. En concordancia con tal filosofía, se establecen en la presente Norma los siguientes principios:
 - a) La estructura no debería colapsar ni causar daños graves a las personas, aunque podría presentar daños importantes, debido a movimientos sísmicos calificados como severos para el lugar del proyecto.
 - b) La estructura debería soportar movimientos del suelo calificados como moderados para el lugar del proyecto, pudiendo experimentar daños reparables dentro de límites aceptables.
 - c) Para las edificaciones esenciales, definidas en la Tabla N° 5, se debería tener consideraciones especiales orientadas a lograr que permanezcan en condiciones operativas luego de un sismo severo.

Artículo 4.- Aprobación de otros sistemas estructurales

El empleo de sistemas estructurales diferentes a los indicados en el artículo 16, es aprobado por el Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, mediante un estudio que demuestre que la alternativa propuesta produce adecuados resultados de rigidez, resistencia sísmica y ductilidad.

Artículo 5.- Otras medidas de prevención

Además de lo indicado en esta Norma, se debe tomar medidas de prevención contra los desastres que puedan producirse como consecuencia del movimiento sísmico: tsunamis, fuego, fuga de materiales peligrosos, deslizamiento masivo de tierras u otros.

Artículo 6.- Nomenclatura

Para efectos de la presente Norma Técnica, se considera la siguiente nomenclatura:

- C Factor de amplificación sísmica.
C_r Coeficiente para estimar el período fundamental de un edificio.

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

- d_i Desplazamientos laterales del centro de masa del nivel i en traslación pura (restringiendo los giros en planta) debido a las fuerzas f_i .
- e_i Excentricidad accidental en el nivel " i ".
- F_i Fuerza sísmica horizontal en el nivel " i ".
- g Aceleración de la gravedad.
- h_i Altura del nivel " i " con relación al nivel del terreno.
- h_{ei} Altura del entrepiso " i ".
- h_n Altura total de la edificación en metros.
- M_0 Momento torsor accidental en el nivel " i ".
- m Número de modos usados en la combinación modal.
- n Número de pisos del edificio.
- P Peso total de la edificación.
- P_i Peso del nivel " i ".
- R Coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas.
- r Respuesta estructural máxima elástica esperada.
- r_i Respuestas elásticas máximas correspondientes al modo " i ".
- S Factor de amplificación del suelo.
- S_a Espectro de pseudo aceleraciones.
- T Período fundamental de la estructura para el análisis estático o período de un modo en el análisis dinámico.
- T_p Período que define la plataforma del factor C .
- T_L Período que define el inicio de la zona del factor C con desplazamiento constante.
- U Factor de uso o importancia.
- V Fuerza cortante en la base de la estructura.
- Z Factor de zona.
- R_0 Coeficiente básico de reducción de las fuerzas sísmicas.
- I_a Factor de irregularidad en altura.
- I_p Factor de irregularidad en planta.
- f_i Fuerza lateral en el nivel i .
- $\bar{V}_s$ Velocidad promedio de propagación de las ondas de corte.
- $\bar{N}_{60}$ Promedio ponderado de los ensayos de penetración estándar.
- $\bar{S}_u$ Promedio ponderado de la resistencia al corte en condición no drenada.

Artículo 7.- Concepción Estructural Sismorresistente

Debe tomarse en cuenta la importancia de los siguientes aspectos:

- Simetría, tanto en la distribución de masas como de rigideces.
- Peso mínimo, especialmente en los pisos altos.
- Selección y uso adecuado de los materiales de construcción.
- Resistencia adecuada, en ambas direcciones principales, frente a las cargas laterales.
- Continuidad estructural, tanto en planta como en elevación.
- Ductilidad, entendida como la capacidad de deformación de la estructura más allá del rango elástico.
- Deformación lateral limitada.
- Inclusión de líneas sucesivas de resistencia (redundancia estructural).
- Consideración de las condiciones locales.
- Buena práctica constructiva y supervisión estructural rigurosa.

Artículo 8.- Consideraciones Generales

- Toda edificación y cada una de sus partes debe ser diseñada y construida para resistir las solicitaciones sísmicas prescritas en esta Norma, siguiendo las especificaciones de las normas pertinentes a los materiales empleados.
- No es necesario considerar simultáneamente los efectos de sismo y viento.

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

- 8.3. Se debe considerar el posible efecto de los tabiques, parapetos y otros elementos adosados en el comportamiento sísmico de la estructura. El análisis, el detallado del refuerzo y el anclaje deben hacerse acorde con esta consideración.
- 8.4. En concordancia con los principios de Diseño Sismorresistente establecidos en el artículo 3, se acepta que las edificaciones tengan incursiones inelásticas frente a solicitaciones sísmicas severas. Por tanto, las fuerzas sísmicas de diseño son una fracción de la solicitación sísmica máxima elástica.

Artículo 9.- Presentación del Proyecto

- 9.1. Los planos, la memoria descriptiva y las especificaciones técnicas del proyecto estructural son firmados por el ingeniero civil colegiado responsable del diseño, quien es el único autorizado para aprobar cualquier modificación a los mismos.
- 9.2. Los planos del proyecto estructural incluyen la siguiente información:
 - a) Sistema estructural sismorresistente.
 - b) Período fundamental de vibración en ambas direcciones principales.
 - c) Parámetros para definir la fuerza sísmica o el espectro de diseño.
 - d) Fuerza cortante en la base empleada para el diseño, en ambas direcciones.
 - e) Desplazamiento máximo del último nivel y el máximo desplazamiento relativo de entrepiso.
 - f) La ubicación de las estaciones acelerométricas, si éstas se requieren conforme al Capítulo IX.

CAPÍTULO II PELIGRO SÍSMICO

Artículo 10.- Zonificación

- 10.1. El territorio nacional se considera dividido en cuatro zonas, como se muestra en la Figura N° 1. La zonificación propuesta se basa en la distribución espacial de la sismicidad observada, las características generales de los movimientos sísmicos y la atenuación de éstos con la distancia epicentral, así como en la información neotectónica. El Anexo II contiene el listado de las provincias y distritos que corresponden a cada zona.



FIGURA N° 1. ZONAS SÍSMICAS

- 10.2. A cada zona se asigna un factor Z según se indica en la Tabla N° 1. Este factor se interpreta como la aceleración máxima horizontal en suelo rígido con una probabilidad de 10% de ser excedida en 50 años. El factor Z se expresa como una fracción de la aceleración de la gravedad.

Tabla N° 1 FACTORES DE ZONA "Z"	
ZONA	Z
4	0,45
3	0,35
2	0,25
1	0,10

Artículo 11.- Microzonificación Sísmica y Estudios de Sitio

11.1. Microzonificación Sísmica

- 11.1.1. Son estudios multidisciplinarios que investigan los efectos de sismos y fenómenos asociados como licuación de suelos, deslizamientos, tsunamis y otros, sobre el área de interés. Los estudios suministran información sobre la posible modificación de las acciones sísmicas por causa de las condiciones locales y otros fenómenos naturales, así como las limitaciones y exigencias que como consecuencia de los estudios se considere para el diseño, construcción de edificaciones y otras obras.
- 11.1.2. Para los siguientes casos deben ser considerados los resultados de los estudios de microzonificación correspondientes:
- a) Áreas de expansión de ciudades.
 - b) Reconstrucción de áreas urbanas destruidas por sismos y fenómenos asociados.

11.2. Estudios de Sitio

- 11.2.1. Son estudios similares a los de microzonificación, aunque no necesariamente en toda su extensión. Estos estudios están limitados al lugar del proyecto y suministran información sobre la posible modificación de las acciones sísmicas y otros fenómenos naturales por las condiciones locales. Su objetivo principal es determinar los parámetros de diseño.
- 11.2.2. Los estudios de sitio se realizan, entre otros casos, en grandes complejos industriales, industria de explosivos, productos químicos inflamables y contaminantes.
- 11.2.3. No deben emplearse parámetros de diseño inferiores a los indicados en esta Norma.

Artículo 12.- Condiciones Geotécnicas

12.1. Perfiles de Suelo

- 12.1.1. Para los efectos de esta Norma, los perfiles de suelo se clasifican tomando en cuenta la velocidad promedio de propagación de las ondas de corte ($\bar{V}_s$), alternativamente, para suelos granulares, el promedio ponderado de los $\bar{N}_{60}$ obtenidos mediante un ensayo de penetración estándar (SPT), o el promedio ponderado de la resistencia al corte en condición no drenada (S_u) para suelos cohesivos. Estas propiedades se determinan para los 30 m superiores del perfil de suelo medidos desde el nivel del fondo de cimentación, como se indica en el numeral 12.2.

- 12.1.2. Para los suelos predominantemente granulares, se calcula $\bar{N}_{60}$ considerando solamente los espesores de cada uno de los estratos granulares. Para los suelos predominantemente cohesivos, la resistencia al corte en condición no drenada $\bar{S}_u$ se calcula como el promedio ponderado de los valores correspondientes a cada estrato cohesivo.
- 12.1.3. Este método también es aplicable si se encuentran suelos heterogéneos (cohesivos y granulares). En tal caso, si a partir de $\bar{N}_{60}$ para los estratos con suelos granulares y de $\bar{S}_u$ para los estratos con suelos cohesivos se obtienen clasificaciones de sitio distintas, se toma la que corresponde al tipo de perfil más desfavorable.
- 12.1.4. Los tipos de perfiles de suelos son cinco:

a) Perfil Tipo S₀: Roca Dura

A este tipo corresponden las rocas sanas con velocidad de propagación de ondas de corte $\bar{V}_s$ mayor que 1500 m/s. Las mediciones corresponden al sitio del proyecto o a perfiles de la misma roca en la misma formación con igual o mayor intemperismo o fracturas. Cuando se conoce que la roca dura es continua hasta una profundidad de 30 m, las mediciones de la velocidad de las ondas de corte superficiales pueden ser usadas para estimar el valor de $\bar{V}_s$.

b) Perfil Tipo S₁: Roca o Suelos Muy Rígidos

A este tipo corresponden las rocas con diferentes grados de fracturación, de macizos homogéneos y los suelos muy rígidos con velocidades de propagación de onda de corte $\bar{V}_s$, entre 500 m/s y 1500 m/s, incluyéndose los casos en los que se cimienta sobre:

- b.1) Roca fracturada, con una resistencia a la compresión no confinada q_u mayor o igual que 500 kPa (5 kg/cm²).
- b.2) Arena muy densa o grava arenosa densa, con $\bar{N}_{60}$ mayor que 50.
- b.3) Arcilla muy compacta (de espesor menor que 20 m), con una resistencia al corte en condición no drenada $\bar{S}_u$ mayor que 100 kPa (1 kg/cm²) y con un incremento gradual de las propiedades mecánicas con la profundidad.

c) Perfil Tipo S₂: Suelos Intermedios

A este tipo corresponden los suelos medianamente rígidos, con velocidades de propagación de onda de corte $\bar{V}_s$, entre 180 m/s y 500 m/s, incluyéndose los casos en los que se cimienta sobre:

- c.1) Arena densa, gruesa a media, o grava arenosa medianamente densa, con valores del SPT $\bar{N}_{60}$, entre 15 y 50.
- c.2) Suelo cohesivo compacto, con una resistencia al corte en condiciones no drenada $\bar{S}_u$, entre 50 kPa (0,5 kg/cm²) y 100 kPa (1 kg/cm²) y con un incremento gradual de las propiedades mecánicas con la profundidad.

d) Perfil Tipo S₃: Suelos Blandos

Corresponden a este tipo los suelos flexibles con velocidades de propagación de onda de corte $\bar{V}_s$, menor o igual a 180 m/s, incluyéndose los casos en los que se cimienta sobre:

- d.1) Arena media a fina, o grava arenosa, con valores del SPT $\bar{N}_{60}$ menor que 15.
- d.2) Suelo cohesivo blando, con una resistencia al corte en condición no drenada $\bar{S}_u$, entre 25 kPa (0,25 kg/cm²) y 50 kPa (0,5 kg/cm²) y con un incremento gradual de las propiedades mecánicas con la profundidad.
- d.3) Cualquier perfil que no corresponda al tipo S₄ y que tenga más de 3 m de suelo con las siguientes características: índice de plasticidad P_I mayor que

20, contenido de humedad w mayor que 40%, resistencia al corte en condición no drenada S_u menor que 25 kPa.

e) **Perfil Tipo S4: Condiciones Excepcionales**

A este tipo corresponden los suelos excepcionalmente flexibles y los sitios donde las condiciones geológicas y/o topográficas son particularmente desfavorables, en los cuales se requiere efectuar un estudio específico para el sitio. Sólo es necesario considerar un perfil tipo S₄ cuando el Estudio de Mecánica de Suelos (EMS) así lo determine.

La Tabla N° 2 resume valores típicos para los distintos tipos de perfiles de suelo.

Tabla N° 2 CLASIFICACIÓN DE LOS PERFILES DE SUELO			
Perfil	$\bar{V}_s$	$\bar{N}_{60}$	$\bar{S}_u$
S ₀	> 1500 m/s	-	-
S ₁	500 m/s a 1500 m/s	> 50	> 100 kPa
S ₂	180 m/s a 500 m/s	15 a 50	50 kPa a 100 kPa
S ₃	< 180 m/s	< 15	25 kPa a 50 kPa
S ₄	Clasificación basada en el EMS		

12.2. Definición de los Perfiles de Suelo

Las expresiones de este numeral se aplican a los 30 m superiores del perfil de suelo, medidos desde el nivel del fondo de cimentación. El subíndice i se refiere a uno cualquiera de los n estratos con distintas características, m se refiere al número de estratos con suelos granulares y k al número de estratos con suelos cohesivos.

a) **Velocidad Promedio de las Ondas de Corte, $\bar{V}_s$**

La velocidad promedio de propagación de las ondas de corte se determina con la siguiente fórmula:

$$\bar{V}_s = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d_i}{V_{si}} \right)}$$

donde d_i es el espesor de cada uno de los n estratos y V_{si} es la correspondiente velocidad de ondas de corte (m/s).

b) **Promedio Ponderado del Ensayo Estándar de Penetración, $\bar{N}_{60}$**

El valor $\bar{N}_{60}$ se calcula considerando solamente los estratos con suelos granulares en los 30 m superiores del perfil:

$$\bar{N}_{60} = \frac{\sum_{i=1}^m d_i}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{d_i}{N_{60i}} \right)}$$

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

donde d_i es el espesor de cada uno de los m estratos con suelo granular y N_{60i} es el correspondiente valor corregido del SPT.

- c) **Promedio Ponderado de la Resistencia al Corte en Condición no Drenada, $\bar{S}_{ul}$**
El valor $\bar{S}_{ul}$ se calcula considerando solamente los estratos con suelos cohesivos en los 30 m superiores del perfil:

$$\bar{S}_{ul} = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{d_i}{S_{ul i}} \right)}$$

donde d_i es el espesor de cada uno de los k estratos con suelo cohesivo y $S_{ul i}$ es la correspondiente resistencia al corte en condición no drenada (kPa).

12.3. Consideraciones Adicionales

- 12.3.1. En los casos en los que no sea obligatorio realizar un Estudio de Mecánica de Suelos (EMS) o cuando no se disponga de las propiedades del suelo hasta la profundidad de 30 m, se permite que el profesional responsable estime valores adecuados sobre la base de las condiciones geotécnicas conocidas.
- 12.3.2. En el caso de estructuras con cimentaciones profundas a base de pilotes, el perfil de suelo es el que corresponda a los estratos en los 30 m por debajo del extremo superior de los pilotes.

Artículo 13.- Parámetros de Sitio (S, TP y TL)

Se considera el tipo de perfil que mejor describa las condiciones locales, utilizándose los correspondientes valores del factor de amplificación del suelo S y de los períodos T_P y T_L dados en las Tablas N° 3 y N° 4.

Tabla N° 3 FACTOR DE SUELO "S"				
SUELO ZONA	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
Z ₄	0,80	1,00	1,05	1,10
Z ₃	0,80	1,00	1,15	1,20
Z ₂	0,80	1,00	1,20	1,40
Z ₁	0,80	1,00	1,60	2,00

Tabla N° 4 PERÍODOS "T _P " Y "T _L "				
	Perfil de suelo			
	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
T _P (s)	0,3	0,4	0,6	1,0
T _L (s)	3,0	2,5	2,0	1,6

Artículo 14.- Factor de Amplificación Sísmica (C)

De acuerdo a las características de sitio, se define el factor de amplificación sísmica (C) por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} T < T_P & C = 2,5 \\ T_P < T < T_L & C = 2,5 \cdot \left(\frac{T_P}{T} \right) \\ T > T_L & C = 2,5 \cdot \left(\frac{T_P \cdot T_L}{T^2} \right) \end{aligned}$$

T es el período de acuerdo al numeral 28.4, concordado con el numeral 29.1.

Este coeficiente se interpreta como el factor de amplificación de la aceleración estructural respecto de la aceleración en el suelo.

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

CAPÍTULO III CATEGORÍA, SISTEMA ESTRUCTURAL Y REGULARIDAD DE LAS EDIFICACIONES

Artículo 15.- Categoría de las Edificaciones y Factor de Uso (U)

Cada estructura está clasificada de acuerdo con las categorías indicadas en la Tabla N° 5. El factor de uso o importancia (U), definido en la Tabla N° 5 se usa según la clasificación que se haga. Para edificios con aislamiento sísmico en la base se puede considerar U = 1.

Tabla N° 5 CATEGORÍA DE LAS EDIFICACIONES Y FACTOR "U"		
CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	FACTOR U
A Edificaciones Esenciales	A1: Establecimientos del sector salud (públicos y privados) del segundo y tercer nivel, según lo normado por el Ministerio de Salud.	Ver nota 1
	A2: Edificaciones esenciales para el manejo de las emergencias, el funcionamiento del gobierno y en general aquellas edificaciones que puedan servir de refugio después de un desastre. Se incluyen las siguientes edificaciones: - Establecimientos de salud no comprendidos en la categoría A1. - Puertos, aeropuertos, estaciones ferroviarias de pasajeros, sistemas masivos de transporte, locales municipales, centrales de comunicaciones. - Estaciones de bomberos, cuarteles de las fuerzas armadas y policía. - Instalaciones de generación y transformación de electricidad, reservorios y plantas de tratamiento de agua. - Instituciones educativas, institutos superiores tecnológicos y universidades. - Edificaciones cuyo colapso puede representar un riesgo adicional, tales como grandes hornos, fábricas y depósitos de materiales inflamables o tóxicos. - Edificios que almacenen archivos e información esencial del Estado.	1,5
B Edificaciones Importantes	Edificaciones donde se reúnen gran cantidad de personas tales como cines, teatros, estadios, coliseos, centros comerciales, terminales de buses de pasajeros, establecimientos penitenciarios, o que guardan patrimonios valiosos como museos y bibliotecas. También se consideran depósitos de granos y otros almacenes importantes para el abastecimiento.	1,3
C Edificaciones Comunes	Edificaciones comunes tales como: viviendas, oficinas, hoteles, restaurantes, depósitos e instalaciones industriales cuya falla no acarree peligros adicionales de incendios o fugas de contaminantes.	1,0
D Edificaciones Temporales	Construcciones provisionales para depósitos, casetas y otras similares.	Ver nota 2

Nota 1: Las nuevas edificaciones de categoría A1 tienen aislamiento sísmico en la base cuando se encuentren en las zonas sísmicas 4 y 3. En las zonas sísmicas 1 y 2, la entidad responsable puede decidir si usa o no aislamiento sísmico. Si no se utiliza aislamiento sísmico en las zonas sísmicas 1 y 2, el valor de U es como mínimo 1,5.

Nota 2: En estas edificaciones se provee resistencia y rigidez adecuadas para acciones laterales, a criterio del proyectista.

Artículo 16.- Sistemas Estructurales

16.1. Estructuras de Concreto Armado

Todos los elementos de concreto armado que conforman el sistema estructural sismorresistente cumplen con lo previsto en la Norma Técnica E.060 Concreto Armado del RNE.

- a) **Pórticos.** Por lo menos el 80% de la fuerza cortante en la base actúa sobre las columnas de los pórticos. En caso se tengan muros estructurales, éstos se diseñan para resistir una fracción de la acción sísmica total de acuerdo con su rigidez.
- b) **Muros Estructurales.** Sistema en el que la resistencia sísmica está dada predominantemente por muros estructurales sobre los que actúa por lo menos el 70% de la fuerza cortante en la base.
- c) **Dual.** Las acciones sísmicas son resistidas por una combinación de pórticos y muros estructurales. La fuerza cortante que toman los muros es mayor que 20% y menor que 70% del cortante en la base del edificio.
- d) **Edificaciones de Muros de Ductilidad Limitada (EMDL).** Edificaciones que se caracterizan por tener un sistema estructural donde la resistencia sísmica y de cargas de gravedad está dada por muros de concreto armado de espesores reducidos, en los que se prescinde de extremos confinados y el refuerzo vertical se dispone en una sola capa. Con este sistema se puede construir como máximo ocho pisos.

16.2. Estructuras de Acero

Los Sistemas que se indican a continuación forman parte del Sistema Estructural Resistente a Sismos:

- a) **Pórticos Especiales Resistentes a Momentos (SMF)**
Estos pórticos proveen una significativa capacidad de deformación inelástica a través de la fluencia por flexión de las vigas y limitada fluencia en las zonas de panel de las columnas. Las columnas son diseñadas para tener una resistencia mayor que las vigas cuando estas incursionan en la zona de endurecimiento por deformación.
- b) **Pórticos Intermedios Resistentes a Momentos (IMF)**
Estos pórticos proveen una limitada capacidad de deformación inelástica en sus elementos y conexiones.
- c) **Pórticos Ordinarios Resistentes a Momentos (OMF)**
Estos pórticos proveen una mínima capacidad de deformación inelástica en sus elementos y conexiones.
- d) **Pórticos Especiales Concéntricamente Arriostrados (SCBF)**
Estos pórticos proveen una significativa capacidad de deformación inelástica a través de la resistencia post-pandeo en los arriostres en compresión y fluencia en los arriostres en tracción.
- e) **Pórticos Ordinarios Concéntricamente Arriostrados (OCBF)**
Estos pórticos proveen una limitada capacidad de deformación inelástica en sus elementos y conexiones.
- f) **Pórticos Excéntricamente Arriostrados (EBF)**
Estos pórticos proveen una significativa capacidad de deformación inelástica principalmente por fluencia en flexión o corte en la zona entre arriostres.

16.3. Estructuras de Albañilería

Edificaciones cuyos elementos sismorresistentes son muros a base de unidades de albañilería de arcilla o concreto. Para efectos de esta Norma no se hace diferencia entre estructuras de albañilería confinada o de albañilería armada.

16.4. Estructuras de Madera

Se consideran en este grupo las edificaciones cuyos elementos resistentes son principalmente a base de madera. Se incluyen sistemas entramados y estructuras arriostradas tipo poste y viga.

16.5. Estructuras de Tierra

Son edificaciones cuyos muros son hechos con unidades de albañilería de tierra o tierra apisonada in situ.

Artículo 17.- Categoría y Sistemas Estructurales

De acuerdo a la categoría de una edificación y la zona donde se ubique, ésta se proyecta empleando el sistema estructural que se indica en la Tabla N° 6 y respetando las restricciones a la irregularidad de la Tabla N° 10.

Tabla N° 6 (*) CATEGORÍA Y SISTEMA ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES		
Categoría de la Edificación	Zona	Sistema Estructural
A1	4 y 3	Aislamiento Sísmico con cualquier sistema estructural.
	2 y 1	Estructuras de acero tipo SCBF y EBF. Estructuras de concreto: Sistema Dual, Muros de Concreto Armado. Albañilería Armada o Confinada.
A2 (**)	4, 3 y 2	Estructuras de acero tipo SCBF y EBF. Estructuras de concreto: Sistema Dual, Muros de Concreto Armado. Albañilería Armada o Confinada.
	1	Cualquier sistema.
B	4, 3 y 2	Estructuras de acero tipo SMF, IMF, SCBF, OCBF y EBF. Estructuras de concreto: Pórticos, Sistema Dual, Muros de Concreto Armado. Albañilería Armada o Confinada. Estructuras de madera
	1	Cualquier sistema.
C	4, 3, 2 y 1	Cualquier sistema.

(*) Para edificaciones con cobertura liviana se podrá usar cualquier sistema estructural.

(**) Para pequeñas construcciones rurales, como escuelas y postas médicas, se puede usar materiales tradicionales siguiendo las recomendaciones de las normas correspondientes a dichos materiales.

Artículo 18.- Sistemas Estructurales y Coeficiente Básico de Reducción de las Fuerzas Sísmicas (R_0)

- 18.1. Los sistemas estructurales se clasifican según los materiales usados y el sistema de estructuración sismorresistente en cada dirección de análisis, tal como se indica en la Tabla N° 7.
- 18.2. Cuando en la dirección de análisis, la edificación presente más de un sistema estructural, se toma el menor coeficiente R_0 que corresponda.

Tabla N° 7 SISTEMAS ESTRUCTURALES	
Sistema Estructural	Coficiente Básico de Reducción R_0 (*)
Acero:	
Pórticos Especiales Resistentes a Momentos (SMF)	8
Pórticos Intermedios Resistentes a Momentos (IMF)	5
Pórticos Ordinarios Resistentes a Momentos (OMF)	4
Pórticos Especiales Concéntricamente Arriostrados (SCBF)	7
Pórticos Ordinarios Concéntricamente Arriostrados (OCBF)	4
Pórticos Excéntricamente Arriostrados (EBF)	8
Concreto Armado:	
Pórticos	8
Dual	7
De muros estructurales	6
Muros de ductilidad limitada	4
Albañilería Armada o Confinada	3
Madera	7(**)

(*) Estos coeficientes se aplican únicamente a estructuras en las que los elementos verticales y horizontales permitan la disipación de la energía manteniendo la estabilidad de la estructura. No se aplican a estructuras tipo péndulo invertido.

(**) Para diseño por esfuerzos admisibles.

- 18.3. Para construcciones de tierra se remite a la Norma E.080 "Diseño y Construcción con Tierra Reforzada" del RNE. Este tipo de construcción no se recomienda en suelos S_3 , ni se permite en suelos S_4 .

Artículo 19.- Regularidad Estructural

- 19.1. Las estructuras se clasifican como regulares o irregulares para los fines siguientes:
- Cumplir las restricciones de la Tabla N° 10.
 - Establecer los procedimientos de análisis.
 - Determinar el coeficiente R de reducción de fuerzas sísmicas.
- 19.2. **Estructuras Regulares** son las que, en su configuración resistente a cargas laterales, no presentan las irregularidades indicadas en las Tablas N° 8 y N° 9. En estos casos, el factor I_a e I_p es igual a 1,0.
- 19.3. **Estructuras Irregulares** son aquellas que presentan una o más de las irregularidades indicadas en las Tablas N° 8 y N° 9.

Artículo 20.- Factores de Irregularidad (I_a , I_p)

- 20.1. El factor I_a se determina como el menor de los valores de la Tabla N° 8 correspondiente a las irregularidades estructurales existentes en altura en las dos direcciones de análisis.
- 20.2. El factor I_p se determina como el menor de los valores de la Tabla N° 9 correspondiente a las irregularidades estructurales existentes en planta en las dos direcciones de análisis.
- 20.3. Si al aplicar las Tablas N° 8 y 9 se obtuvieran valores distintos de los factores I_a o I_p para las dos direcciones de análisis, se toma para cada factor el menor valor entre los obtenidos para las dos direcciones.

Tabla N° 8 IRREGULARIDADES ESTRUCTURALES EN ALTURA	Factor de Irregularidad I_a
Irregularidad de Rigidez – Piso Blando Existe irregularidad de rigidez cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, en un entrepiso la rigidez lateral es menor que 70% de la rigidez lateral del entrepiso inmediato superior, o es menor que 80% de la rigidez lateral promedio de los tres niveles superiores adyacentes. Las rigideces laterales pueden calcularse como la razón entre la fuerza cortante del entrepiso y el correspondiente desplazamiento relativo en el centro de masas, ambos evaluados para la misma condición de carga. Irregularidades de Resistencia – Piso Débil Existe irregularidad de resistencia cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, la resistencia de un entrepiso frente a fuerzas cortantes es inferior a 80% de la resistencia del entrepiso inmediato superior.	0,75
Irregularidad Extrema de Rigidez (Ver Tabla N° 10) Existe irregularidad extrema de rigidez cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, en un entrepiso la rigidez lateral es menor que 60% de la rigidez lateral del entrepiso inmediato superior, o es menor que 70% de la rigidez lateral promedio de los tres niveles superiores adyacentes. Las rigideces laterales pueden calcularse como la razón entre la fuerza cortante del entrepiso y el correspondiente desplazamiento relativo en el centro de masas, ambos evaluados para la misma condición de carga. Irregularidad Extrema de Resistencia (Ver Tabla N° 10) Existe irregularidad extrema de resistencia cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, la resistencia de un entrepiso frente a fuerzas cortantes es inferior a 65% de la resistencia del entrepiso inmediato superior.	0,50
Irregularidad de Masa o Peso Se tiene irregularidad de masa (o peso) cuando el peso de un piso, determinado según el artículo 26, es mayor que 1,5 veces el peso de un piso adyacente. Este criterio no se aplica en azoteas ni en sótanos.	0,90
Irregularidad Geométrica Vertical La configuración es irregular cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, la dimensión en planta de la estructura resistente a cargas laterales es mayor que 1,3 veces la correspondiente dimensión en un piso adyacente. Este criterio no se aplica en azoteas ni en sótanos.	0,90
Discontinuidad en los Sistemas Resistentes Se califica a la estructura como irregular cuando en cualquier elemento que resista más de 10% de la fuerza cortante se tiene un desalineamiento vertical, tanto por un cambio de orientación, como por un desplazamiento del eje de magnitud mayor que 25% de la correspondiente dimensión del elemento.	0,80

Tabla N° 8 IRREGULARIDADES ESTRUCTURALES EN ALTURA	Factor de Irregularidad I_a
Discontinuidad extrema de los Sistemas Resistentes (Ver Tabla N° 10) Existe discontinuidad extrema cuando la fuerza cortante que resisten los elementos discontinuos según se describen en el ítem anterior, supere el 25% de la fuerza cortante total.	0,60
Tabla N° 9 IRREGULARIDADES ESTRUCTURALES EN PLANTA	Factor de Irregularidad I_p
Irregularidad Torsional Existe irregularidad torsional cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, el máximo desplazamiento relativo de entrepiso en un extremo del edificio (Δ_{max}) en esa dirección, calculado incluyendo excentricidad accidental, es mayor que 1,3 veces el desplazamiento relativo promedio de los extremos del mismo entrepiso para la misma condición de carga (Δ_{prom}). Este criterio sólo se aplica en edificios con diafragmas rígidos y sólo si el máximo desplazamiento relativo de entrepiso es mayor que 50% del desplazamiento permisible indicado en la Tabla N° 11.	0,75
Irregularidad Torsional Extrema (Ver Tabla N° 10) Existe irregularidad torsional extrema cuando, en cualquiera de las direcciones de análisis, el máximo desplazamiento relativo de entrepiso en un extremo del edificio (Δ_{max}) en esa dirección, calculado incluyendo excentricidad accidental, es mayor que 1,5 veces el desplazamiento relativo promedio de los extremos del mismo entrepiso para la misma condición de carga (Δ_{prom}). Este criterio sólo se aplica en edificios con diafragmas rígidos y sólo si el máximo desplazamiento relativo de entrepiso es mayor que 50% del desplazamiento permisible indicado en la Tabla N° 11.	0,60
Esquinas Entrantes La estructura se califica como irregular cuando tiene esquinas entrantes cuyas dimensiones en ambas direcciones son mayores que 20% de la correspondiente dimensión total en planta.	0,90
Discontinuidad del Diafragma La estructura se califica como irregular cuando los diafragmas tienen discontinuidades abruptas o variaciones importantes en rigidez, incluyendo aberturas mayores que 50% del área bruta del diafragma. También existe irregularidad cuando, en cualquiera de los pisos y para cualquiera de las direcciones de análisis, se tiene alguna sección transversal del diafragma con un área neta resistente menor que 25% del área de la sección transversal total de la misma dirección calculada con las dimensiones totales de la planta.	0,85
Sistemas no Paralelos Se considera que existe irregularidad cuando en cualquiera de las direcciones de análisis los elementos resistentes a fuerzas laterales no son paralelos. No se aplica si los ejes de los pórticos o muros forman ángulos menores que 30° ni cuando los elementos no paralelos resisten menos que 10% de la fuerza cortante del piso.	0,90

Artículo 21.- Restricciones a la Irregularidad

21.1. Categoría de la Edificación e Irregularidad

De acuerdo a su categoría y la zona donde se ubique, la edificación se proyecta respetando las restricciones a la irregularidad de la Tabla N° 10.

Tabla N° 10 CATEGORÍA Y REGULARIDAD DE LAS EDIFICACIONES		
Categoría de la Edificación	Zona	Restricciones
A1 y A2	4, 3 y 2	No se permiten irregularidades
	1	No se permiten irregularidades extremas
B	4, 3 y 2	No se permiten irregularidades extremas
	1	Sin restricciones
C	4 y 3	No se permiten irregularidades extremas
	2	No se permiten irregularidades extremas excepto en edificios de hasta 2 pisos u 8 m de altura total
	1	Sin restricciones

21.2. Sistemas de Transferencia

- 21.2.1. Los sistemas de transferencia son estructuras de losas y vigas que transmiten las fuerzas y momentos desde elementos verticales discontinuos hacia otros del piso inferior.
- 21.2.2. En las zonas sísmicas 4, 3 y 2 no se permiten estructuras con sistema de transferencia en los que más del 25% de las cargas de gravedad o de las cargas sísmicas en cualquier nivel sean soportadas por elementos verticales que no son continuos hasta la cimentación. Esta disposición no se aplica para el último entrepiso de las edificaciones.

Artículo 22.- Coeficiente de Reducción de las Fuerzas Sísmicas, R

El coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas se determina como el producto del coeficiente R_0 determinado a partir de la Tabla N° 7 y de los factores I_a , I_p obtenidos de las Tablas N° 8 y N° 9.

$$R = R_0 \cdot I_a \cdot I_p$$

Artículo 23.- Sistemas de Aislamiento Sísmico y Sistemas de Disipación de Energía

- 23.1. Se permite la utilización de sistemas de aislamiento sísmico o de sistemas de disipación de energía en la edificación, siempre y cuando se cumplan las disposiciones del capítulo II de esta Norma y, en la medida que sean aplicables, los requisitos del documento siguiente:

"Minimum Design Loads for Building and Other Structures", ASCE/SEI 7, vigente, Structural Engineering Institute of the American Society of Civil Engineers, Reston, Virginia, USA.

- 23.2. La instalación de sistemas de aislamiento sísmico o de sistemas de disipación de energía se somete a una supervisión técnica especializada a cargo de un ingeniero civil.

**CAPÍTULO IV
ANÁLISIS ESTRUCTURAL**

Artículo 24.- Consideraciones Generales para el Análisis

- 24.1. Para estructuras regulares, el análisis puede hacerse considerando que el total de la fuerza sísmica actúa independientemente en dos direcciones ortogonales predominantes. Para estructuras irregulares se supone que la acción sísmica ocurre en la dirección que resulte más desfavorable para el diseño.
- 24.2. Las solicitaciones sísmicas verticales se consideran en el diseño de los elementos verticales, en elementos horizontales de gran luz, en elementos post o pre tensados y en los voladizos o salientes de un edificio. Se considera que la fuerza sísmica vertical actúa en los elementos simultáneamente con la fuerza sísmica horizontal y en el sentido más desfavorable para el análisis.

Artículo 25.- Modelos para el Análisis

- 25.1. El modelo para el análisis considera una distribución espacial de masas y rigideces que sean adecuadas para representar los aspectos más significativos del comportamiento dinámico de la estructura.
- 25.2. Para propósitos de esta Norma, las estructuras de concreto armado y albañilería pueden ser analizadas considerando las inercias de las secciones brutas, ignorando la fisuración y el refuerzo.
- 25.3. Para edificios en los que se pueda razonablemente suponer que los sistemas de piso funcionan como diafragmas rígidos, se puede usar un modelo con masas concentradas y tres grados de libertad por diafragma, asociados a dos componentes ortogonales de traslación horizontal y una rotación. En tal caso, las deformaciones de los elementos se compatibilizan mediante la condición de diafragma rígido y la distribución en planta de las fuerzas horizontales se hace en función a las rigideces de los elementos resistentes.
- 25.4. Se verifica que los diafragmas tengan la rigidez y resistencia suficiente para asegurar la distribución antes mencionada, en caso contrario, se toma en cuenta su flexibilidad para la distribución de las fuerzas sísmicas.
- 25.5. El modelo estructural incluye la tabiquería que no esté debidamente aislada.
- 25.6. Para los pisos que no constituyan diafragmas rígidos, los elementos resistentes son diseñados para las fuerzas horizontales que directamente les corresponde.
- 25.7. En los edificios cuyos elementos estructurales predominantes sean muros, se considera un modelo que tome en cuenta la interacción entre muros en direcciones perpendiculares (muros en H, muros en T y muros en L).

Artículo 26.- Estimación del Peso (P)

El peso (P) se calcula adicionando a la carga permanente y total de la edificación un porcentaje de la carga viva o sobrecarga que se determina de la siguiente manera:

- a) En edificaciones de las categorías A y B, se toma el 50% de la carga viva.
- b) En edificaciones de la categoría C, se toma el 25% de la carga viva.
- c) En depósitos, se toma el 80% del peso total que es posible almacenar.
- d) En azoteas y techos en general se toma el 25% de la carga viva.
- e) En estructuras de tanques, silos y estructuras similares se considera el 100% de la carga que puede contener.

Artículo 27.- Procedimientos de Análisis Sísmico

- 27.1. Se utiliza uno de los procedimientos siguientes:
- a) Análisis estático o de fuerzas estáticas equivalentes (artículo 28).
 - b) Análisis dinámico modal espectral (artículo 29).

- 27.2. El análisis se hace considerando un modelo de comportamiento lineal y elástico con las solicitaciones sísmicas reducidas.
- 27.3. El procedimiento de análisis dinámico tiempo - historia, descrito en el artículo 30, puede usarse con fines de verificación, pero en ningún caso es exigido como sustituto de los procedimientos indicados en los artículos 28 y 29.

Artículo 28.- Análisis Estático o de Fuerzas Estáticas Equivalentes**28.1. Generalidades**

- 28.1.1. Este método representa las solicitaciones sísmicas mediante un conjunto de fuerzas actuando en el centro de masas de cada nivel de la edificación.
- 28.1.2. Pueden analizarse mediante este procedimiento todas las estructuras regulares o irregulares ubicadas en la zona sísmica 1. En las otras zonas sísmicas puede emplearse este procedimiento para las estructuras clasificadas como regulares, según el artículo 19, de no más de 30 m de altura, y para las estructuras de muros portantes de concreto armado y albañilería armada o confinada de no más de 15 m de altura, aun cuando sean irregulares.

28.2. Fuerza Cortante en la Base

- 28.2.1. La fuerza cortante total en la base de la estructura, correspondiente a la dirección considerada, se determina por la siguiente expresión:

$$V = \frac{U \cdot C \cdot S}{R} \cdot P$$

- 28.2.2. El valor de C/R no se considera menor que:

$$\frac{C}{R} \geq 0,11$$

28.3. Distribución de la Fuerza Sísmica en Altura

- 28.3.1. Las fuerzas sísmicas horizontales en cualquier nivel i , correspondientes a la dirección considerada, se calculan mediante:

$$F_i = \alpha_i \cdot V$$

$$\alpha_i = \frac{P_i(h_i)^k}{\sum_{j=1}^n P_j(h_j)^k}$$

- 28.3.2. Donde n es el número de pisos del edificio, k es un exponente relacionado con el período fundamental de vibración de la estructura (T), en la dirección considerada, que se calcula de acuerdo a:

- a) Para T menor o igual a 0,5 segundos: $k = 1,0$.
- b) Para T mayor que 0,5 segundos: $k = (0,75 + 0,5 T) \leq 2,0$.

28.4. Período Fundamental de Vibración

- 28.4.1. El período fundamental de vibración para cada dirección se estima con la siguiente expresión:

$$T = \frac{h_n}{C_T}$$

Donde:

- $C_T = 35$ Para edificios cuyos elementos resistentes en la dirección considerada sean únicamente:
- a) Pórticos de concreto armado sin muros de corte.
 - b) Pórticos dúctiles de acero con uniones resistentes a momentos, sin arriostramiento.
- $C_T = 45$ Para edificios cuyos elementos resistentes en la dirección considerada sean:
- a) Pórticos de concreto armado con muros en las cajas de ascensores y escaleras.
 - b) Pórticos de acero arriostrados.
- $C_T = 60$ Para edificios de albañilería y para todos los edificios de concreto armado duales, de muros estructurales, y muros de ductilidad limitada.

28.4.2. Alternativamente puede usarse la siguiente expresión:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot d_i^2}{g \cdot \sum_{i=1}^n f_i \cdot d_i}}$$

Donde:

- f_i es la fuerza lateral en el nivel i correspondiente a una distribución en altura semejante a la del primer modo en la dirección de análisis.
- d_i es el desplazamiento lateral del centro de masa del nivel i en traslación pura (restringiendo los giros en planta) debido a las fuerzas f_i . Los desplazamientos se calculan suponiendo comportamiento lineal elástico de la estructura y, para el caso de estructuras de concreto armado y de albañilería, considerando las secciones sin fisurar.

28.4.3. Cuando el análisis no considere la rigidez de los elementos no estructurales, el período fundamental T se toma como 0,85 del valor obtenido con la fórmula precedente.

28.5. Excentricidad Accidental

Para estructuras con diafragmas rígidos, se supone que la fuerza en cada nivel (F_i) actúa en el centro de masas del nivel respectivo y se considera además de la excentricidad propia de la estructura el efecto de excentricidades accidentales (en cada dirección de análisis) como se indica a continuación:

- a) En el centro de masas de cada nivel, además de la fuerza lateral estática actuante, se aplica un momento torsor accidental (M_A) que se calcula como:

$$M_A = \pm F_i \cdot e_i$$

Para cada dirección de análisis, la excentricidad accidental en cada nivel (e_i), se considera como 0,05 veces la dimensión del edificio en la dirección perpendicular a la dirección de análisis.

- b) Se puede suponer que las condiciones más desfavorables se obtienen considerando las excentricidades accidentales con el mismo signo en todos los niveles. Se consideran únicamente los incrementos de las fuerzas horizontales no así las disminuciones.

28.6. Fuerzas Sísmicas Verticales

- 28.6.1. La fuerza sísmica vertical se considera como una fracción del peso igual a $2/3 \cdot Z \cdot U \cdot S$.
- 28.6.2. En elementos horizontales de grandes luces, incluyendo volados, se requiere un análisis dinámico con los espectros definidos en el numeral 29.2.

Artículo 29.- Análisis Dinámico Modal Espectral

Cualquier estructura puede ser diseñada usando los resultados de los análisis dinámicos por combinación modal espectral según lo especificado en este numeral.

29.1. Modos de Vibración

- 29.1.1. Los modos de vibración pueden determinarse por un procedimiento de análisis que considere apropiadamente las características de rigidez y la distribución de las masas.
- 29.1.2. En cada dirección se consideran aquellos modos de vibración cuya suma de masas efectivas sea por lo menos el 90% de la masa total, pero se toma en cuenta por lo menos los tres primeros modos predominantes en la dirección de análisis.

29.2. Aceleración Espectral

- 29.2.1. Para cada una de las direcciones horizontales analizadas se utiliza un espectro inelástico de pseudo-aceleraciones definido por:

$$S_a = \frac{Z \cdot U \cdot C \cdot S}{R} \cdot g$$

- 29.2.2. Para el análisis en la dirección vertical puede usarse un espectro con valores iguales a los 2/3 del espectro empleado para las direcciones horizontales, considerando los valores de C_v definidos en el artículo 14, excepto para la zona de periodos muy cortos ($T < 0.2 \cdot T_p$) en la que se considera:

$$T < 0.2 \cdot T_p \quad C = 1 + 7.5 \left(\frac{T}{T_p} \right)$$

29.3. Criterios de Combinación

- 29.3.1. Mediante los criterios de combinación que se indican, se puede obtener la respuesta máxima elástica esperada (r) tanto para las fuerzas internas en los elementos componentes de la estructura, como para los parámetros globales del edificio como fuerza cortante en la base, cortantes de entrepiso, momentos de volteo, desplazamientos totales y relativos de entrepiso.
- 29.3.2. La respuesta máxima elástica esperada (r) correspondiente al efecto conjunto de los diferentes modos de vibración empleados (r_i) puede determinarse usando la combinación cuadrática completa de los valores calculados para cada modo.

$$r = \sqrt{\sum \sum r_i \rho_{ij} r_j}$$

- 29.3.3. Donde r representa las respuestas modales, desplazamientos o fuerzas, los coeficientes de correlación están dados por:

$$\rho_{ij} = \frac{8\beta^2(1+\lambda)\lambda^{3/2}}{(1-\lambda^2)^2 + 4\beta^2\lambda(1+\lambda)^2} \quad \lambda = \frac{\omega_j}{\omega_i}$$

β , fracción del amortiguamiento crítico, que se puede suponer constante para todos los modos igual a 0,05

ω_i, ω_j son las frecuencias angulares de los modos i, j

- 29.3.4. Alternativamente, la respuesta máxima puede estimarse mediante la siguiente expresión.

$$r = 0,25 \cdot \sum_{i=1}^m |r_i| + 0,75 \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m r_i^2}$$

29.4. Fuerza Cortante Mínima

- 29.4.1. Para cada una de las direcciones consideradas en el análisis, la fuerza cortante en el primer entrepiso del edificio no puede ser menor que el 80% del valor calculado según el artículo 25 para estructuras regulares, ni menor que el 90% para estructuras irregulares.

- 29.4.2. Si fuera necesario incrementar el cortante para cumplir los mínimos señalados, se escalan proporcionalmente todos los otros resultados obtenidos, excepto los desplazamientos.

29.5. Excentricidad Accidental (Efectos de Torsión)

La incertidumbre en la localización de los centros de masa en cada nivel, se considera mediante una excentricidad accidental perpendicular a la dirección del sismo igual a 0,05 veces la dimensión del edificio en la dirección perpendicular a la dirección de análisis. En cada caso se considera el signo más desfavorable.

Artículo 30.- Análisis Dinámico Tiempo - Historia

El análisis dinámico tiempo - historia puede emplearse como un procedimiento complementario a los especificados en los artículos 28 y 29. En este tipo de análisis se utiliza un modelo matemático de la estructura que considere directamente el comportamiento hysterético de los elementos, determinándose la respuesta frente a un conjunto de aceleraciones del terreno mediante integración directa de las ecuaciones de equilibrio.

30.1. Registros de Aceleración

- 30.1.1. Para el análisis se usan como mínimo tres conjuntos de registros de aceleraciones del terreno, cada uno de los cuales incluye dos componentes en direcciones ortogonales.
- 30.1.2. Cada conjunto de registros de aceleraciones del terreno consiste en un par de componentes de aceleración horizontal, elegidas y escaladas de eventos individuales. Las historias de aceleración son obtenidas de eventos cuyas magnitudes, distancia a las fallas, y mecanismos de fuente sean consistentes con el máximo sismo considerado. Cuando no se cuente con el número requerido de registros apropiados, se pueden usar registros simulados para alcanzar el número total requerido.
- 30.1.3. Para cada par de componentes horizontales de movimiento del suelo, se construye un espectro de pseudo aceleraciones tomando la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS) de los valores espectrales calculados para cada componente por separado, con 5% de amortiguamiento. Ambas componentes se escalan por un mismo factor, de modo que en el rango de períodos entre $0,2 T$ y $1,5 T$ (siendo T el período fundamental), el promedio de los valores espectrales SRSS obtenidos para los distintos

juegos de registros no sea menor que la ordenada correspondiente del espectro de diseño, calculada según el numeral 29.2 con $R = 1$.

- 30.1.4. Para la generación de registros simulados se consideran los valores de C , definidos en el artículo 14, excepto para la zona de periodos muy cortos ($T < 0,2 T_p$) en la que se considera:

$$T < 0,2 T_p \quad C = 1 + 7,5 \cdot \left(\frac{T}{T_p} \right)$$

30.2. Modelo para el Análisis

- 30.2.1. El modelo matemático representa correctamente la distribución espacial de masas en la estructura.
- 30.2.2. El comportamiento de los elementos es modelado de modo consistente con resultados de ensayos de laboratorio y toma en cuenta la fluencia, la degradación de resistencia, la degradación de rigidez, el estrechamiento de los lazos histeréticos, y todos los aspectos relevantes del comportamiento estructural indicado por los ensayos.
- 30.2.3. La resistencia de los elementos es obtenida en base a los valores esperados sobre resistencia del material, endurecimiento por deformación y degradación de resistencia por la carga cíclica.
- 30.2.4. Se permite suponer propiedades lineales para aquellos elementos en los que el análisis demuestre que permanecen en el rango elástico de respuesta.
- 30.2.5. Se admite considerar un amortiguamiento viscoso equivalente con un valor máximo del 5% del amortiguamiento crítico, además de la disipación resultante del comportamiento histerético de los elementos.
- 30.2.6. Se puede suponer que la estructura está empotrada en la base, o alternativamente considerar la flexibilidad del sistema de cimentación si fuera pertinente.

30.3. Tratamiento de Resultados

- 30.3.1. En caso se utilicen por lo menos siete juegos de registros del movimiento del suelo, las fuerzas de diseño, las deformaciones en los elementos y las distorsiones de entrepiso se evalúan a partir de los promedios de los correspondientes resultados máximos obtenidos en los distintos análisis. Si se utilizaran menos de siete juegos de registros, las fuerzas de diseño, las deformaciones y las distorsiones de entrepiso son evaluadas a partir de los máximos valores obtenidos de todos los análisis.
- 30.3.2. Las distorsiones máximas de entrepiso no exceden de 1,25 veces de los valores indicados en la Tabla N° 11.
- 30.3.3. Las deformaciones en los elementos no exceden de 2/3 de aquellas para las que perderían la capacidad portante para cargas verticales o para las que se tendría una pérdida de resistencia en exceso a 30%.
- 30.3.4. Para verificar la resistencia de los elementos se dividen los resultados del análisis entre $R = 2$, empleándose las normas aplicables a cada material.

Artículo 35.- Verificación de Resistencia Última

En caso se realice un análisis de la resistencia última se puede utilizar las especificaciones del ASCE/SEI 41 *SEISMIC REHABILITATION OF EXISTING BUILDINGS*. Esta disposición no constituye una exigencia

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

ANEXO I**PROCEDIMIENTO SUGERIDO PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS ACCIONES SÍSMICAS**

Las acciones sísmicas para el diseño estructural dependen de la zona sísmica (Z), del perfil de suelo (S , T_P , T_L), del uso de la edificación (U), del sistema sismorresistente (R) y las características dinámicas de la edificación (T , C) y de su peso (P).

ETAPA 1: PELIGRO SÍSMICO (Capítulo II)

Los pasos de esta etapa dependen solamente del lugar y las características del terreno de fundación del proyecto. No dependen de las características del edificio.

Paso 1 Factor de Zona Z (Artículo 10)

Determinar la zona sísmica donde se encuentra el proyecto en base al mapa de zonificación sísmica (Figura N°1) o a la Tabla de provincias y distritos del Anexo II.
Determinar el factor de zona (Z) de acuerdo a la Tabla N° 1.

Paso 2 Perfil de Suelo (Artículo 12)

De acuerdo a los resultados del Estudio de Mecánica de Suelos (EMS) se determina el tipo de perfil de suelo según el numeral 12.1 donde se definen 5 perfiles de suelo. La clasificación se hace en base a los parámetros indicados en la Tabla N° 2 considerando promedios para los estratos de los primeros 30 m bajo el nivel de cimentación.

Cuando no se conozcan las propiedades del suelo hasta la profundidad de 30 m, el profesional responsable del EMS determina el tipo de perfil de suelo sobre la base de las condiciones geotécnicas conocidas.

Paso 3 Parámetros de Sitio S , T_P y T_L (Artículo 13)

El factor de amplificación del suelo se obtiene de la Tabla N° 3 y depende de la zona sísmica y el tipo de perfil de suelo. Los periodos T_P y T_L se obtienen de la Tabla N° 4 y solo dependen del tipo de perfil de suelo.

Paso 4 Construir la función Factor de Amplificación Sísmica C versus Período T (Artículo 14)

Depende de los parámetros de sitio T_P y T_L . Se definen tres tramos, periodos cortos, intermedios y largos, y se aplica para cada tramo las expresiones de este numeral.

ETAPA 2: CARACTERIZACIÓN DEL EDIFICIO (Capítulo III)

Los pasos de esta etapa dependen de las características de la edificación, como son su categoría, sistema estructural y configuración regular o irregular.

Paso 5 Categoría de la Edificación y el Factor de Uso U (Artículo 15)

La categoría de la edificación y el factor de uso (U) se obtienen de la Tabla N° 5.

Paso 6 Sistema Estructural (Artículos 16 y 17)

Se determina el sistema estructural de acuerdo a las definiciones que aparecen en el artículo 16.

En la Tabla N° 6 (artículo 17) se definen los sistemas estructurales permitidos de acuerdo a la categoría de la edificación y a la zona sísmica en la que se encuentra.

Paso 7 Coeficiente Básico de Reducción de Fuerzas Sísmicas, R_0 (Artículo 18)

De la Tabla N° 7 se obtiene el valor del coeficiente R_0 , que depende únicamente del sistema estructural.

Paso 8 Factores de Irregularidad I_s , I_p (Artículo 20)

El factor I_s se determina como el menor de los valores de la Tabla N° 8 correspondiente a las irregularidades existentes en altura. El factor I_p se determina como el menor de los valores de la Tabla N° 9 correspondiente a las irregularidades existentes en planta.

En la mayoría de los casos se puede determinar si una estructura es regular o irregular a partir de su configuración estructural, pero en los casos de Irregularidad de Rigidez e Irregularidad Torsional se comprueba con los resultados del análisis sísmico según se indica en la descripción de dichas irregularidades.

Paso 9 Restricciones a la Irregularidad (Artículo 21)

Verificar las restricciones a la irregularidad de acuerdo a la categoría y zona de la edificación en la Tabla N° 10. Modificar la estructuración en caso que no se cumplan las restricciones de esta Tabla.

Paso 10 Coeficiente de Reducción de la Fuerza Sísmica R (Artículo 22)

Se determina $R = R_0 \cdot I_s \cdot I_p$.

ETAPA 3: ANÁLISIS ESTRUCTURAL (Capítulo IV)

En esta etapa se desarrolla el análisis estructural. Se sugieren criterios para la elaboración del modelo matemático de la estructura, se indica cómo se calcula el peso de la edificación y se definen los procedimientos de análisis.

Paso 11 Modelos de Análisis (Artículo 25)

Desarrollar el modelo matemático de la estructura. Para estructuras de concreto armado y albañilería considerar las propiedades de las secciones brutas ignorando la fisuración y el refuerzo.

Paso 12 Estimación del Peso P (Artículo 26)

Se determina el peso (P) para el cálculo de la fuerza sísmica adicionando a la carga permanente total un porcentaje de la carga viva que depende del uso y la categoría de la edificación, definido de acuerdo a lo indicado en este numeral.

Paso 13 Procedimientos de Análisis Sísmico (Artículos 27 al 30)

Se definen los procedimientos de análisis considerados en esta Norma, que son análisis estático (artículo 28) y análisis dinámico modal espectral (artículo 29).

Paso 13A Análisis Estático (Artículo 28)

Este procedimiento solo es aplicable a las estructuras que cumplen lo indicado en el numeral 28.1.

El análisis estático tiene los siguientes pasos:

- Calcular la fuerza cortante en la base $V = \frac{Z \cdot U \cdot C \cdot S}{R} \cdot P$ para cada dirección de análisis (numeral 28.2).

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

- Para determinar el valor de C (Paso 4 o artículo 14) se estima el período fundamental de vibración de la estructura (T) en cada dirección (numeral 28.4).
- Determinar la distribución en la altura de la fuerza sísmica de cada dirección (numeral 28.3).
- Aplicar las fuerzas obtenidas en el centro de masas de cada piso. Además, se considera el momento torsor accidental (numeral 28.5).
- Considerar fuerzas sísmicas verticales (numeral 28.6) para los elementos en los que sea necesario.

Paso 13B Análisis Dinámico (Artículo 29)

Si se elige o es un requerimiento desarrollar un análisis dinámico modal espectral se debe:

- Determinar los modos de vibración y sus correspondientes períodos naturales y masas participantes mediante análisis dinámico del modelo matemático (numeral 29.1).
- Calcular el espectro inelástico de pseudo aceleraciones $S_a = \frac{Z \cdot U \cdot C \cdot S}{R} \cdot g$ para cada dirección de análisis (numeral 29.2).
- Considerar excentricidad accidental (numeral 29.5).
- Determinar todos los resultados de fuerzas y desplazamientos para cada modo de vibración.
- Determinar la respuesta máxima esperada correspondiente al efecto conjunto de los modos considerados (numeral 29.3).
- Se escalan todos los resultados obtenidos para fuerzas (numeral 29.4) considerando un cortante mínimo en el primer entrepiso que es un porcentaje del cortante calculado para el método estático (numeral 28.3). No se escalan los resultados para desplazamientos.
- Considerar fuerzas sísmicas verticales (numeral 29.2) usando un espectro con valores iguales a 2/3 del espectro más crítico para las direcciones horizontales, para los elementos que sea necesario.

ETAPA 4: VALIDACIÓN DE LA ESTRUCTURA

De acuerdo a los resultados del análisis, se determina si la estructura planteada es válida, para lo cual cumple con los requisitos de regularidad y rigidez indicados en este capítulo.

Paso 14 Revisión de las Hipótesis del Análisis

Con los resultados de los análisis se revisan los factores de irregularidad aplicados en el paso 8. En base a éstos se verifica si los valores de R se mantienen o son modificados. En caso de haberse empleado el procedimiento de análisis estático se verifica lo señalado en el numeral 28.1.

Paso 15 Restricciones a la Irregularidad (Artículo 21)

Verificar las restricciones a la irregularidad de acuerdo a la categoría y zona de la edificación en la Tabla N° 10. De existir irregularidades o irregularidades extremas en edificaciones en las que no están permitidas según esa Tabla, se modifica la estructuración y repite el análisis hasta lograr un resultado satisfactorio.

Paso 16 Determinación de Desplazamientos Laterales (Artículo 31)

Se calculan los desplazamientos laterales de acuerdo a las indicaciones de este numeral.

Paso 17 Distorsión Admisible (Artículo 32)

Verificar que la distorsión máxima de entrepiso que se obtiene en la estructura con los desplazamientos calculados en el paso anterior sea menor que lo indicado en la Tabla N° 11. De no cumplirse se revisa la estructuración y repite el análisis hasta cumplir con el requerimiento.

Paso 18 Separación entre Edificios (Artículo 33)

Determinar la separación mínima a otras edificaciones o al límite de propiedad de acuerdo a las indicaciones de este numeral.

SENCICO

ANEXO II
ZONIFICACIÓN SÍSMICA

Las zonas sísmicas en las que se divide el territorio peruano, para fines de esta Norma se muestran en la Figura 1.

A continuación, se especifican las provincias y distritos de cada zona.

REGIÓN (DPTO.)	PROVINCIA	DISTRITO	ZONA SÍSMICA	ÁMBITO
LORETO	MARISCAL RAMÓN CASTILLA	RAMÓN CASTILLA	1	TODOS LOS DISTRITOS
		PEBAS		
		SAN PABLO		
		YAVARI		
	MAYNAS	ALTO NANAY	1	TODOS LOS DISTRITOS
		BELÉN		
		FERNANDO LORES		
		INDIANA		
		IQUITOS		
		LAS AMAZONAS		
		MAZÁN		
		NAPO		
		PUNCHANA		
		PUTUMAYO		
		SAN JUAN BAUTISTA		
		TNTE. MANUEL CLAVERO		
		TORRES CAUSANA		
	REQUENA	SAQUENA	1	UN DISTRITO
		REQUENA	2	DIEZ DISTRITOS
		CAPELO		
		SOPLIN		
		TAPICHE		
		JENARO HERRERA		
		YAQUERANA		
		ALTO TAPICHE		
		EMILIO SAN MARTÍN		
		MAQUÍA		
		PUINAHUA		
	LORETO	NAUTA	2	TODOS LOS DISTRITOS
		PARINARI		
		TIGRE		
		TROMPETEROS		
	ALTO AMAZONAS	URARINAS	2	UN DISTRITO
		LAGUNAS		
		YURIMAGUAS	3	CINCO DISTRITOS
		BALSAPUERTO		
		JEBEROS		
		SANTA CRUZ		
		TNTE. CÉSAR LÓPEZ ROJAS		

N.T.E. E.030 DISEÑO SISMORRESISTENTE

REGIÓN (DPTO.)	PROVINCIA	DISTRITO	ZONA SÍSMICA	ÁMBITO
TUMBES	CONTRALMIRANTE VILLAR	CASITAS	4	TODOS LOS DISTRITOS
		ZORRITOS		
	TUMBES	CORRALES	4	TODOS LOS DISTRITOS
		LA CRUZ		
		PAMPAS DE HOSPITAL		
		SAN JACINTO		
		SAN JUAN DE LA VIRGEN		
		TUMBES		
	ZARUMILLA	AGUAS VERDES	4	TODOS LOS DISTRITOS
		MATAPALO		
		PAPAYAL		
		ZARUMILLA		

REGIÓN (DPTO.)	PROVINCIA	DISTRITO	ZONA SÍSMICA	ÁMBITO
PIURA	HUANCABAMBA	CANCHAQUE	3	TODOS LOS DISTRITOS
		EL CARMEN DE LA FRONTERA		
		HUANCABAMBA		
		HUARMACA		
		LALQUIZ		
		SAN MIGUEL DE EL FAIQUE		
		SONDOR		
		SONDORILLO		
		AYABACA		
	AYABACA	JILILI	3	SEIS DISTRITOS
		LAGUNAS		
		MONTERO		
		PACAPAMPA		
		SICCHEZ		
		FRIAS		
		PAIMAS		
	MORROPÓN	SAPILICA	4	CUATRO DISTRITOS
		SUYO		
		BUENOS AIRES		
		CHALACO		
		SALITRAL		
		SAN JUAN DE BIGOTE		
		SANTA CATALINA DE MOSSA		
	PIURA	YAMANGO	4	CUATRO DISTRITOS
		CHULUCANAS		
		LA MATANZA		
		MORROPÓN		
		SANTO DOMINGO		
	PIURA	CASTILLA	4	TODOS LOS DISTRITOS
		CATACAOS		
		CURA MORI		
		EL TALLAN		
		LA ARENA		
		LA UNIÓN		
		LAS LOMAS		
		PIURA		
		TAMBO GRANDE		

REGION (DPTO.)	PROVINCIA	DISTRITO	ZONA SISMICA	ÁMBITO
PIURA	PAITA	AMOTAPE	4	TODOS LOS DISTRITOS
		ARENAL		
		COLÁN		
		LA HUACA		
		PAITA		
		TAMARINDO		
		VICHAYAL		
	SECHURA	BELLAVISTA LA UNION	4	TODOS LOS DISTRITOS
		BERNAL		
		CRISTO NOS VALGA		
		RINCONADA LLICUAR		
		SECHURA		
	SULLANA	VICE	4	TODOS LOS DISTRITOS
		BELLAVISTA		
		IGNACIO ESCUDERO		
		LANCONES		
		MARCAVELICA		
		MIGUEL CHECA		
		QUERECOTILLO		
		SALITRAL		
		SULLANA		
	TALARA	EL ALTO	4	TODOS LOS DISTRITOS
		LA BREA		
		LOBITOS		
		LOS ORGANOS		
		MANCORA		
		PARÍÑAS		

ANEXO 4.

Análisis tridimensional de estructuras de varios niveles

6.4 ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE EDIFICIOS DE VARIOS NIVELES

El vector de fuerzas restauradoras $\{F_{PK}\}$ de un pórtico K-ésimo es:

$$\{F_{PK}\} = [K_{PK}]\{D_{PK}\} \quad (\text{ec-48})$$

donde, $[K_{PK}]$ es la matriz de rigidez lateral de pórtico y, $\{D_{PK}\}$ es el respectivo vector de desplazamientos laterales, expresado en forma matricial y en función de los desplazamientos del centro de masa $\{D_x\}, \{D_y\}, \{D_z\}$ que está dado por

$$\{D_{PK}\} = [\cos\beta_K]\{D_x\} + [\sin\beta_K]\{D_y\} + [rd_K][\sin(\beta_K - \alpha_K)]\{D_z\} \quad (\text{ec-49})$$

donde la matriz $[rd_K]$ simboliza la distancia que hay entre el pórtico K-ésimo con respecto al centro de masa y,

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

82

$[\cos\beta_K]$, $[\sin\beta_K]$, y $[\sin(\beta_K - \alpha_K)]$ son matrices que sirven para expresar sus componentes ortogonales. Estas matrices tienen la siguiente estructura:

Matriz de rigidez de distancias
del pórtico K-ésimo

$$[rd_K] = \begin{bmatrix} rd_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & rd_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & rd_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & rd_n \end{bmatrix}_K, \quad [\cos\beta_K] = \begin{bmatrix} \cos\beta_K & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \cos\beta_K & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \cos\beta_K & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \cos\beta_K \end{bmatrix}_K$$

Matriz de rigidez lateral
del pórtico K-ésimo

$$[k_{PK}] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}_K, \quad [\sin\beta_K] = \begin{bmatrix} \sin\beta_K & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sin\beta_K & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sin\beta_K & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sin\beta_K \end{bmatrix}_K$$

$$[\sin(\beta_K - \alpha_K)] = \begin{bmatrix} \sin(\beta_K - \alpha_1) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sin(\beta_K - \alpha_2) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\beta_K - \alpha_3) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sin(\beta_K - \alpha_n) \end{bmatrix}_K$$

donde: M= número de pisos.

Las componentes en las direcciones x,y,θ del vector de fuerzas laterales de un pórtico K-ésimo con respecto al centro de masa, se encuentran por equilibrio estático y se expresan en función de las matrices definidas más arriba.

$$\{F_{EK}\} = \begin{Bmatrix} \{F_{EKx}\} \\ \{F_{EKy}\} \\ \{F_{EK\theta}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum [\cos\beta_k] [K_{pk}] \{D_{pk}\} \\ \sum [\sin\beta_k] [K_{pk}] \{D_{pk}\} \\ \sum [rd_k] [\sin(\beta_k - \alpha_k)] [K_{pk}] \{D_{pk}\} \end{Bmatrix} \quad (ec-50)$$

El vector total de fuerzas restauradoras de la estructura tridimensional, $\{F_E\}$, se encuentra sumando las fuerzas restauradoras de todos los pórticos

$$\{F_E\} = \sum_{k=1}^{n_{POR}} \{F_{EK}\} = [K]\{D\} = \sum_{k=1}^{n_{POR}} [K_k]\{D\} \quad (ec-51)$$

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

83

$$\{F_E\} = \begin{Bmatrix} \{F_{Ex}\} \\ \{F_{Ey}\} \\ \{F_{E\theta}\} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n_{POR}} [K_k]\{D\}, \quad \{D\} = \begin{Bmatrix} \{D_x\} \\ \{D_y\} \\ \{D_\theta\} \end{Bmatrix}, \quad (ec-52)$$

donde $[K_k]$ representa la matriz de rigidez tridimensional del pórtico K-ésimo y está dada por la expresión:

$$[K_k] = \begin{bmatrix} \begin{matrix} x \\ \begin{bmatrix} K_{kxx} \\ K_{kxy} \\ K_{k\theta x} \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} y \\ \begin{bmatrix} K_{kxy} \\ K_{kyy} \\ K_{k\theta y} \end{bmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} \theta \\ \begin{bmatrix} K_{k\theta x} \\ K_{k\theta y} \\ K_{k\theta\theta} \end{bmatrix} \end{matrix} \end{bmatrix}_k \quad (ec-53)$$

cuyas submatrices transformadas se hallan del siguiente modo

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} K_{kxx} \\ K_{kxy} \\ K_{k\theta x} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\beta_k \\ \cos\beta_k \\ \cos\beta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{pk} \\ K_{pk} \\ K_{pk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta_k \\ \sin\beta_k \\ rd_k \end{bmatrix} \sin(\beta_k - \alpha_k) \\ \begin{Bmatrix} K_{kyx} \\ K_{kyy} \\ K_{k\theta y} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sin\beta_k \\ \sin\beta_k \\ \sin\beta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{pk} \\ K_{pk} \\ K_{pk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta_k \\ \sin\beta_k \\ rd_k \end{bmatrix} \sin(\beta_k - \alpha_k) \\ \begin{Bmatrix} K_{k\theta x} \\ K_{k\theta y} \\ K_{k\theta\theta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} rd_k \\ rd_k \\ rd_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\beta_k - \alpha_k) \\ \sin(\beta_k - \alpha_k) \\ \sin(\beta_k - \alpha_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{pk} \\ K_{pk} \\ K_{pk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta_k \\ \sin\beta_k \\ rd_k \end{bmatrix} \sin(\beta_k - \alpha_k) \end{aligned}$$

todas estas submatrices fueron definidas anteriormente.

De la ecuación (51) se deriva la matriz de rigidez tridimensional de toda la estructura

$$[K] = \sum_{k=1}^{n_{POR}} [K_k] \quad (ec-54)$$

6.4.1 CENTRO DE RIGIDEZ RESPECTO AL CENTRO DE MASAS.

El centro de rigidez se calcula en base a los siguientes algoritmos: (ecuaciones 51 a 53)

$$\begin{aligned} \{x_R\} &= \frac{N}{\sum_{k=1}^{POR}} ([K_{yy}])^{-1} \{K_{y\theta}\} \\ \{y_R\} &= - \frac{N}{\sum_{k=1}^{POR}} ([K_{xx}])^{-1} \{K_{x\theta}\} \end{aligned}$$

donde:

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

84

$$\{K_{xu}\} = \sum_{k=1}^{N \text{ POR}} [\cos \beta_k] [K_{pk}] [\sin(\beta_k - \alpha_k)] \{rd_k\}$$

$$\{K_{yu}\} = \sum_{k=1}^{N \text{ POR}} [\sin \beta_k] [K_{pk}] [\sin(\beta_k - \alpha_k)] \{rd_k\}$$

$[K_{xx}]$ y $[K_{yy}]$ se toman de las matrices de cada pórtico K-ésimo.

o también alternativamente:

$$\{K_{xu}\} = \sum_{k=1}^{N \text{ POR}} [\cos \beta_k] [K_{pk}] [\sin(\beta_k - \alpha_k)] \{rd_k\} \{1\} = \{K_{xu}\} \{1\}$$

$$\{K_{yu}\} = \sum_{k=1}^{N \text{ POR}} [\sin \beta_k] [K_{pk}] [\sin(\beta_k - \alpha_k)] \{rd_k\} \{1\} = \{K_{yu}\} \{1\}$$

6.5 ANALISIS DINAMICO TRIDIMENSIONAL DE ESTRUCTURAS

Consideremos el modelo de masas concentradas cuyas coordenadas tienen como origen el centro de masa inercial de cada nivel. De este modo se evita el acoplamiento dinámico y la ecuación del movimiento se simplifica. Aplicando el principio de D'Alembert a las masas de la Fig. (28), se halla:

$$\{F_i\}_{3N \times 1} + \{F_r\}_{3N \times 1} = \{0\}_{3N \times 1} \quad (ec-55)$$

siendo: $\{F_i\} = [M]\{\ddot{D}\}$ vector de fuerzas inerciales.

$\{F_r\} = [K]\{D\}$ vector de fuerzas restauradoras.

sustituyendo en la ecuación (55)

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K]\{D\} = \{0\} \quad (ec-56)$$

donde $[M]$ es una matriz diagonal conformada por las submatrices de masa $[M]$ y de inercia polar $[J_s]$, según la siguiente

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

86

configuración:

$$[M] = \begin{bmatrix} [M] & [0] & [0] \\ [0] & [M] & [0] \\ [0] & [0] & [J_s] \end{bmatrix}_{N \times N} \quad \begin{array}{l} \text{RANGO DEL ELEMENTO } M_{ij} \\ \begin{array}{lll} 1 \dots M & & \\ M+1 \dots 2 \times M & & \\ 2 \times M+1 \dots 3 \times M & & \end{array} \end{array} \quad (ec-57)$$

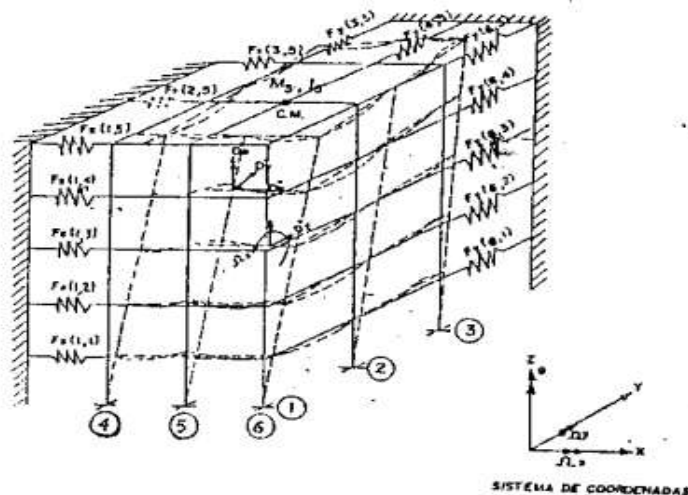


Fig. 23 Modelaje de una estructura tridimensional de 5 niveles.

y $[K]$, la matriz de rigidez tridimensional de $3M \times 3M$, esta expresada por: (ecuación repetida)

$$[K] = \sum_{K=1}^{N \text{ POR}} [K_K] \quad (\text{ec-58})$$

en donde $[K_K]$ representa la matriz de rigidez tridimensional del pórtico K-ésimo

$$[K_K] = \begin{bmatrix} [K_{xx}^x] & [K_{xy}^x] & [K_{x0}^x] \\ [K_{yx}^x] & [K_{yy}^x] & [K_{y0}^x] \\ [K_{0x}^x] & [K_{0y}^x] & [K_{00}^x] \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{RANGO} \\ 1 \dots M \\ M+1 \dots 3M \\ 3M+1 \dots 3M \end{matrix} \quad (\text{ec-59})$$

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

87

Las submatrices son de dimensión $M \times M$ y fueron definidas en sección 6.4 (Ref. 30).

Posteriormente para desacoplar el sistema de ecuaciones diferenciales se emplea el análisis modal.

5.1 VALORES PROPIOS Y LOS VECTORES PROPIOS.

Para determinar los valores propios y los vectores propios de la estructura, asumiremos la solución de la ecuación (55) en la forma:

$$\{D\} = \left\{ \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_0 \end{Bmatrix} \right\} = \{a_0\} \sin(\omega t - \delta) = \underbrace{\left\{ \begin{Bmatrix} a_{x0} \\ a_{y0} \\ a_{00} \end{Bmatrix} \right\}}_{\text{VECTOR DE AMPLITUDES}} \sin(\omega t - \delta) \quad (\text{ec-60})$$

Derivando dos veces y sustituyendo la ecuación (60) en la ecuación (56) se obtiene la ecuación matricial característica.

$$([K] - \omega^2[M])\{a_0\} \sin(\omega t - \delta) = \{0\} \quad (\text{ec-61})$$

cuya solución no trivial requiere que:

$$\text{Det}([K] - \omega^2[M]) = 0$$

y que permite hallar n valores propios para la frecuencia circular natural ω_i ; $i=1,2,3,\dots,n$, ($N = 3M$, y: M = Número de niveles) de la estructura, reemplazando estos valores propios en la ecuación (57) nos permite encontrar los vectores propios normalizados que conforman la matriz modal.

$$[\phi] = \begin{matrix} & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \dots & \omega_n & \text{--- FRECUENCIAS} \\ \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \dots & \phi_{1n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \dots & \phi_{2n} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \dots & \phi_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \phi_{N3} & \dots & \phi_{Nn} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

F. Copa P.

Sismo-Resistencia

88

en donde: $\phi_{ij} = a_{ij}/a_{n1}$, representan los vectores propios.

6.6 RESPUESTA SISMICA DE UNA ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL

La ecuación diferencial del movimiento para el caso de sollicitación externa y aceleración sísmica del terreno tiene la forma,

$$\{F_i\} + \{F_c\} + \{F_k\} = \{f(t)\} \quad (ec-62)$$

$$\{M\}(\ddot{D} + \ddot{d}) + \{C\}(\dot{D}) + \{K\}(D) = \{f(t)\} \quad (ec-63)$$

$$\{M\}(\ddot{D}) + \{C\}(\dot{D}) + \{K\}(D) = \{f(t)\} - \{M\}(\ddot{d}) \quad (ec-64)$$

donde:

$$\{\ddot{d}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}$$

Vector de excitación en la base de la superestructura.

$\{f(t)\}$ vector de cargas excitadoras para cada grado de libertad.

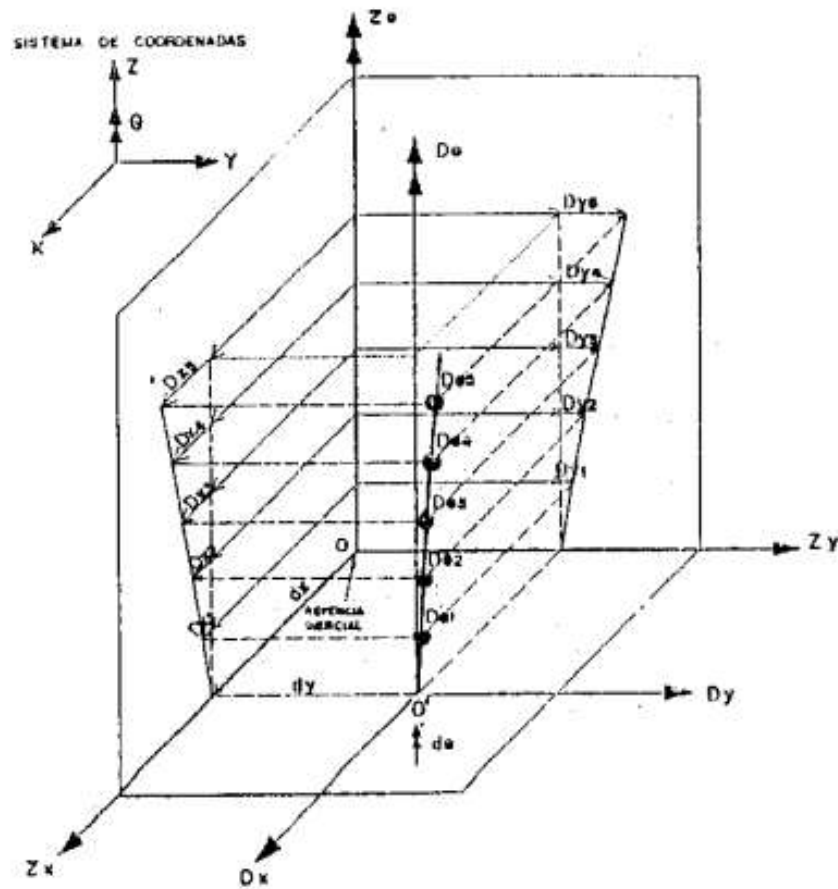


Fig. 29 Desplazamientos del centro de masas con respecto a una referencia inercial.

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

coordenadas globales $\{D\}$ a un sistema de coordenadas generalizadas $\{n\}$, aprovecharemos de la ortogonalidad de los modos de vibración que nos permite desacoplar las ecuaciones cuyas variables están estática y cinemáticamente acopladas. Dicha transformación es: $\{D\}=[\phi]\{n\}$, reemplazando en la ecuación (64), tenemos:

$$[M][\phi]\{\ddot{n}\} + [C][\phi]\{\dot{n}\} + [K][\phi]\{n\} = \{f(t)\} - [M]\{\ddot{d}\} \quad (ec-65)$$

premultiplicando por $[\phi]^T$, la ecuación (65), se tiene

$$[\phi]^T [M][\phi]\{\ddot{n}\} + [\phi]^T [C][\phi]\{\dot{n}\} + [\phi]^T [K][\phi]\{n\} = [\phi]^T \{f(t)\} - [\phi]^T [M]\{\ddot{d}\} \quad (ec-66)$$

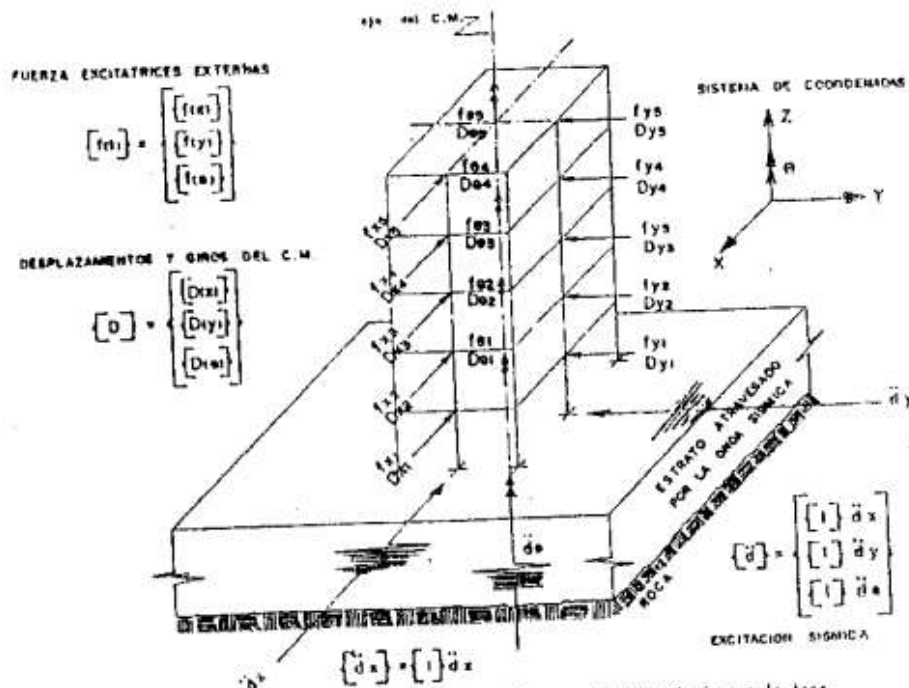


Fig. 30 Fuerzas de excitación externa en cada masa inercial, y excitación sísmica en la base.

La transformación conduce a coordenadas generalizadas, cuyas matrices generalizadas resultan ser matrices diagonales, en consecuencia, se tiene un sistema de ecuaciones desacopladas. Para el caso en que la excitación externa que actúa en las masas inerciales es nula: $\{f(t)\}=\{0\}$, la ecuación

F. Copa P.

Sismo-Resistencia

ción (66) para el I-ésimo modo de vibración esta dado por:

$$\ddot{M}_I \dot{m}_I + C_I \dot{m}_I + K_I m_I = (\Gamma_{xI} \ddot{d}_x + \Gamma_{yI} \ddot{d}_y + \Gamma_{oI} \ddot{d}_o) M_I \quad (ec-67)$$

donde $\dot{M}_I$, $\dot{C}_I$ y $\dot{K}_I$, es la masa inercial generalizada, el amortiguamiento generalizado y la rigidez generalizada respectivamente; para el I-ésimo modo de vibración, y los factores de participación están dados por:

$$\Gamma_{xI} = \sum_{s=1}^M \phi_{sI} M_{ss} / M_I, \quad \Gamma_{yI} = \sum_{s=1}^{2 \times M} \phi_{sI} M_{ss} / M_I, \quad \Gamma_{oI} = \sum_{s=1}^{3 \times M} \phi_{sI} M_{ss} / M_I,$$

La Ecuación (67), se puede simplificar, haciendo las sustituciones:

$$w_I = \sqrt{\dot{K}_I / M_I}, \quad v = \dot{C}_I / C_c, \quad \dot{C}_I = 2 \dot{M}_I w_I v,$$

donde:

w_I = frecuencia natural del modo I-ésimo.

v_I = fracción de amortiguamiento crítico del modo I-ésimo.

C_c = Coeficiente de amortiguamiento crítico de la estructura.

$$\ddot{m}_I(t) + 2v_I w_I \dot{m}_I(t) + w_I^2 m_I(t) = -\Gamma_{xI} \ddot{d}_x - \Gamma_{yI} \ddot{d}_y - \Gamma_{oI} \ddot{d}_o \quad (ec-68)$$

Entonces la ecuación del movimiento (68), es análoga a la ecuación para el movimiento en el plano, pero con la diferencia, de que el miembro de la derecha está en función de las tres componentes de la aceleración excitadora en la base cuya integración requiere de los espectros de respuesta en las tres direcciones.

6.7 RESPUESTA SISMICA DE LA ESTRUCTURA POR EL PROCEDIMIENTO ESPECTRAL

Si se asume que no existe excitación sísmica en la base debido al giro torsor la ecuación (67) queda así:

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

$$\ddot{n}_1(t) + 2v_1\omega_1\dot{n}_1(t) + \omega_1^2 n_1(t) = -\Gamma_{x1}\ddot{d}_x - \Gamma_{y1}\ddot{d}_y \quad (\text{ec-69})$$

Para encontrar la respuesta de la estructura se aplica el principio de superposición, en cuyo caso solo se considera la excitación sísmica en una sola dirección para posteriormente calcular la respuesta en la otra dirección. Por lo tanto, la ecuación (69) queda así:

$$\ddot{n}_1(t) + 2v_1\omega_1\dot{n}_1(t) + \omega_1^2 n_1(t) = -\Gamma_{u1}\ddot{d}_u, \quad (u=x \text{ o } y) \quad (\text{ec-70})$$

Comparada con aquella que se obtiene en el análisis dinámico en el plano, se halla su completa correspondencia; en consecuencia, su integración es similar.

Se definen como espectros sísmicos de respuesta a las representaciones gráficas de los valores máximos, de las soluciones de la ecuación (70) que dependen de sus características dinámicas y están definidos como:

$$S_{D1} = |\dot{n}_1(t)|_{\max} \quad \text{ESPECTRO DE DESPLAZAMIENTO}$$

$$S_{V1} = |\dot{n}_1(t)|_{\max} \quad \text{ESPECTRO DE VELOCIDAD}$$

$$S_{A1} = |\ddot{n}_1(t)+d|_{\max} \quad \text{ESPECTRO DE ACELERACION ABSOLUTA}$$

S_{D1} , S_{V1} y S_{A1} son las ordenadas espectrales que corresponden al modo de vibración 1.

El valor máximo de la solución n_{1u} de la ecuación (70) se puede obtener a partir de la relación:

$$n_{1u} = -\Gamma_{u1}S_{u1}, \quad 1=1,2,3,\dots,N, \text{ y } u=D, V, A \quad (\text{ec-71})$$

y la respuesta de la estructura puede calcularse volviendo a transformar las coordenadas generalizadas a coordenadas globales, con las expresiones utilizadas para el desacoplamiento de las ecuaciones del movimiento. Con la matriz de transformación evaluamos la respuesta de la estructura:

$$[D] = [\phi][n] \quad (\text{ec-72})$$

F. Copa P.

Sismo-Resistencia

donde $[D]$ es una matriz diagonal conformada por los elementos de la respuesta para cada modo de vibración. La matriz de la respuesta inercial para los modos de vibrar, es:

$$[F] = [M][D] \quad (ec-73)$$

donde, las submatrices columna de la matriz $[F]$ representan la respuesta de la estructura para cada modo de vibración, cuyos elementos nos permiten evaluar la respuesta de la estructura, mediante el empleo de las probabilidades según el Reglamento Nacional Sismo-Resistente se computa con la siguiente expresión:

$$F_{iusc} = \left(\sqrt{\sum_{j=1}^N F_{ij}^2} + \sum_{j=1}^N |F_{ij}| \right) / 2 \quad (ec-74)$$

6.7.1 ESPECTRO DE DISEÑO DE LA ACELERACION ABSOLUTA (RNC).

El Espectro la Aceleración de diseño proporcionado por la Norma Peruana de Diseño Sismoresistente, es:

$$S_A = \frac{ZUSC}{R_d} g \quad (\text{Espectro del diseño de la aceleración absoluta})$$

donde: $C = \frac{0.80}{T/T_s + 1}$, $0.16 < C < 0.40$

T_s período fundamental del suelo; $0.1\text{seg} < T_s < 0.9\text{seg}$.
 T período de vibración según el modo de vibrar.
 R_d factor de ductilidad según la dirección de análisis.
 U factor de uso.
 Z factor de zona.
 S factor de magnificación de suelo.

El cálculo de los desplazamientos locales de los pórticos se realiza aplicando la ecuación (46).

$$D_{pk} = D_x \cos \beta_k + D_y \sin \beta_k + r_{dk} D_{se} (\beta_k - \alpha_k)$$

Anexo 5.

Aplicación del análisis dinámico tridimensional

Ejemplo.- Análisis Sísmico Tridimensional de un edificio de 1 solo piso y 3 ejes. En la fig. 1e, se muestra el edificio en planta y se proporcionan las rigideces laterales según cada eje, así mismo, también se proporciona la masa por unidad de área horizontal ($m = M/A = 1.20 \text{ Ton-m}$)

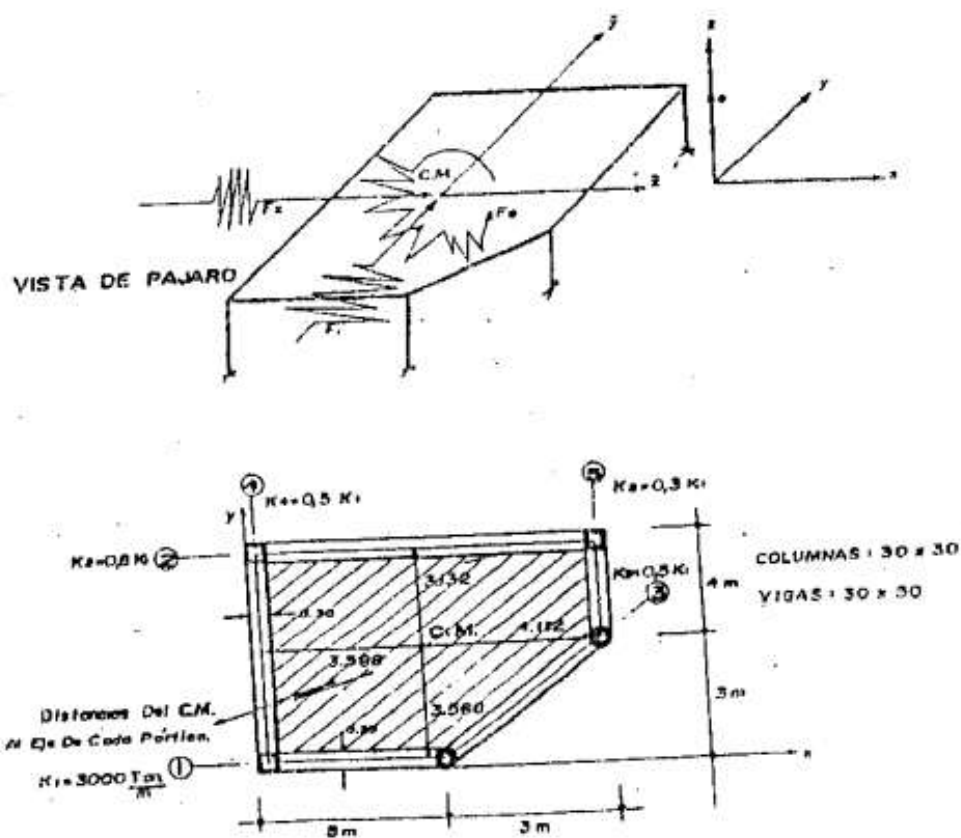


Fig. 1e. Planta del Edificio de un solo nivel.

$$I_{xx1} = \frac{bh^3}{12} \quad \frac{b}{h} = \frac{3}{1.5}$$

$$I_{xx2} = \frac{bh^3}{36} \quad \frac{b}{h} = \frac{3}{1.5}$$

Sismo-Resistencia

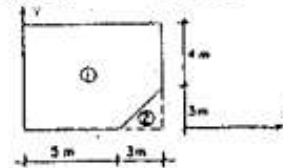
SOLUCION. -

1) CALCULO DEL CENTROIDE DE LA MASA.

Sección	x_i	y_i	A_i	$x_i A_i$	$y_i A_i$
1	4	3.50	56	224	196
2	7	1	-4.5	-31.5	-4.5
			$\Sigma 51.5$	192.5	191.5

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i A_i}{\Sigma A_i} = \frac{192.5}{51.5} = 3.738 \text{ m.}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y_i A_i}{\Sigma A_i} = \frac{191.5}{51.5} = 3.718 \text{ m.}$$



Nota: El centroide geométrico de la losa generalmente coincide con el centroide de la masa tributaria, por ello se ha considerado así:

2) CARACTERISTICAS GEOMETRICAS Y MASA INERCIAL

CALCULO DE LAS CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LA LOSA.

Sección	$\bar{x}_i - \bar{x}$	$\bar{y}_i - \bar{y}$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^2 A_i$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2 A_i$	I_{xxi}	I_{yyi}
1	0.262	-0.218	3.844	2.661	228.665	298.665
2	3.262	-2.718	-47.883	-33.244	-2.250	-2.250
			$\Sigma -44.039$	$\Sigma -30.583$	226.415	296.415

$$I_{xx} = \Sigma I_{xxi} + \Sigma (\bar{y}_i - \bar{y})^2 A_i = 226.415 - 30.583 = 195.833$$

$$I_{yy} = \Sigma I_{yyi} + \Sigma (\bar{x}_i - \bar{x})^2 A_i = 296.415 - 44.039 = 252.373$$

de donde calculamos el momento de inercia polar geométrico de la planta de la losa es:

$$I_{xx} = 195.833 \text{ M}^4$$

$$I_{yy} = 252.373 \text{ M}^4$$

$$J = I_{xx} + I_{yy} = 448.21 \text{ M}^4$$

y el momento de inercia polar de masa es igual al producto de la masa por unidad de área por el momento de inercia polar geométrico.

$$I_0 = J m = J \frac{M}{A} = 448.21 \times 1.20$$

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

$$I_A = 537.852 \text{ Ton-m}^2$$

y la masa inercial es:

$$M_x = M_y = m A = 1.20 \times 51.5 = 61.8 \text{ Ton}$$

y con ellos se forma la matriz de masa inercial:

$$[M] = \begin{bmatrix} 61.8 & 0 & 0 \\ 0 & 61.8 & 0 \\ 0 & 0 & 537.852 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

3) ENSAMBLE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ TRIDIMENSIONAL

Esta matriz es ensamblada en base a la teoría desarrollada en los párrafos anteriores:

CUADRO 1

DE LAS COORDENADAS POLARES Y RIGIDECES DE LOS PORTICOS.

Pórtico: K	rd _k [m]	α _k	β _k	K _{Pk} [Ton/m]
1	3.568	270°	0°	3000
2	3.132	90°	0°	2400
3	4.112	0°	45°	1500
4	3.588	180°	90°	1500
5	4.112	0°	90°	900

3.1) Matriz de Rigidez Tridimensional Total de la Estructura.

Estas matrices se ensamblan en base a la ecuación (47b).

$$[K_k] = K_{Pk} \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \cos \beta \sin \beta & r d_k \cos \beta \sin(\beta - \alpha) \\ \sin \beta \cos \beta & \sin^2 \beta & r d_k \sin \beta \sin(\beta - \alpha) \\ r d_k \cos \beta \sin(\beta - \alpha) & r d_k \sin \beta \sin(\beta - \alpha) & r d_k^2 \sin^2(\beta - \alpha) \end{bmatrix}_k$$

reemplazando en esta ecuación por los valores presentados en el cuadro de coordenadas polares y rigideces de los pórticos, obtenemos las matrices de los pórticos en tres dimensiones:

$$[K_1] = 3000 \begin{bmatrix} 1 & 0 & +3.568 \\ 0 & 0 & 12.731 \\ 3.568 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (Pórtico 1)}$$

$$[K_2] = 2400 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3.132 \\ 0 & 0 & 9.809 \\ -3.132 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (Pórtico 2)}$$

$$[K_3] = 1500 \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 2.056 \\ 0.5 & 0.5 & 2.056 \\ 2.056 & 2.056 & 8.454 \end{bmatrix} \text{ (Pórtico 3)}$$

$$[K_4] = 1500 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.588 & -3.588 \\ 0 & -3.588 & 12.874 \end{bmatrix} \text{ (Pórtico 4)}$$

$$[K_5] = 900 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.112 & 4.112 \\ 0 & 4.112 & 16.909 \end{bmatrix} \text{ (Pórtico 5)}$$

y la matriz de rigidez tridimensional total de la estructura se calcula sumando todas las matrices de los pórticos; es decir:

$$[K] = \sum_{k=1}^5 [K_k] = \begin{bmatrix} 6150 & 750 & 6271.2 \\ 750 & 3150 & 1402.8 \\ 6271.2 & 1402.8 & 10894.7 \end{bmatrix}$$

4) CENTRO DE RIGIDEZ.

El Centro de Rigideces se calcula en base a la matriz de rigidez tridimensional total de la estructura (aplicando la ecuación de la sección 6.4.1), tenemos:

$$x_R = \frac{+1042.8}{6150} = +0.445 \text{ m.}$$

$$y_R = \frac{-6271.2}{6150} = -1.020 \text{ m.}$$

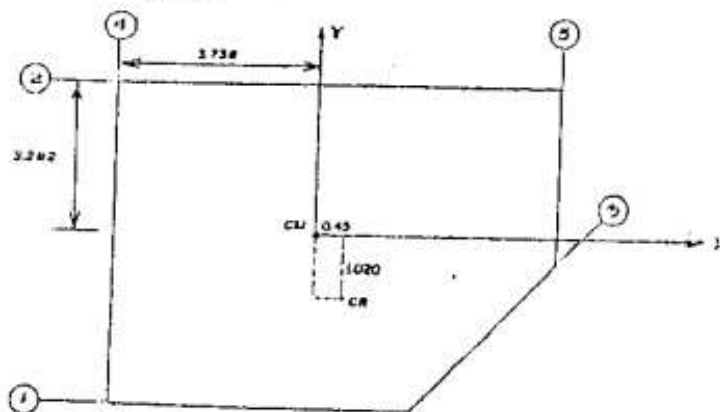


Fig. 2a Centro de Rigides de la Estructura.

5) ECUACIONES DE EQUILIBRIO DINAMICO TRIDIMENSIONAL DE LA ESTRUCTURA.

El vector de fuerzas restauradoras se equilibra con el vector de fuerzas inerciales y de amortiguamiento; esto es:

$$\begin{aligned} [M] (\ddot{D}) + [C] (\dot{D}) + [K] (D) &= \{0\} \\ [M] (\ddot{D}) + [C] (\dot{D}) + [K] (D) &= -[M] (\ddot{d}) \end{aligned}$$

Esta ecuación matricial, contiene un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden, cuya solución se encuentra por el método espectral y el desacoplamiento de las ecuaciones se realiza mediante el análisis modal.

Los desplazamientos, la velocidad y la aceleración del centro de masas de la estructura, tienen la siguiente configuración:

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_\theta \end{Bmatrix} \quad \{\dot{D}\} = \begin{Bmatrix} \dot{D}_x \\ \dot{D}_y \\ \dot{D}_\theta \end{Bmatrix} \quad \{\ddot{D}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{D}_x \\ \ddot{D}_y \\ \ddot{D}_\theta \end{Bmatrix}$$

el vector de aceleración del terreno $\{\ddot{d}\}$, es:

$$\{\ddot{d}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{d}_x \\ \ddot{d}_y \\ \ddot{d}_\theta \end{Bmatrix}$$

6) DESACOPLAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES.

El desacoplamiento del sistema de ecuaciones se logra en base a la matriz de vectores propios $\{a\}$.

6.1) Cálculo de la Matriz Modal o de Vectores Propios. - La ecuación 61, nos proporciona la matriz característica cuya determinante es cero para diversas frecuencias circulares. reemplazando tenemos:

$$\text{Det } [K - \omega^2 [M]] = 0$$

debido a que las unidades de fuerza que se emplean en la matriz de rigidez son: Ton-fuerza, convertimos dichas unida-

Sismo_Resistencia

F. Copa P.

des a "KN" (Kilo-Newton) multiplicando por "g" ($g=9.81\text{m/seg}^2$) a la matriz de rigidez, efectuando dicho producto, tenemos:

$$\text{Det} \left(\begin{bmatrix} 60.27 & 7.35 & 61.45 \\ 7.35 & 30.87 & 13.75 \\ 61.45 & 13.75 & 1067.68 \end{bmatrix} 10^3 - w^2 \begin{bmatrix} 61.8 & 0 & 0 \\ 0 & 61.8 & 0 \\ 0 & 0 & 538 \end{bmatrix} \right) = 0$$

aplicando el método de Jacobi (ver anexo C) se calcula la matriz de los valores propios $[w]$ y la matriz de los vectores propios $[\phi]$.

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 0.9710 & -0.2310 & 0.0608 \\ 0.2310 & 0.9730 & 0.0136 \\ -0.0623 & 0.0008 & 0.9980 \end{bmatrix}$$

La respuesta sísmica de la estructura se calcula aplicando la teoría descrita anteriormente. El método dinámico por el procedimiento espectral, nos proporciona una solución en base al espectro de diseño de las Norma Sismo-Resistente, para ello, antes debemos desacoplar el sistema de ecuaciones de movimiento:

$$[M](\ddot{d}) + [C](\dot{d}) + [K](d) = -[M](\ddot{a})$$

donde:

$$[M] = \begin{bmatrix} 61.8 & 0 & 0 \\ 0 & 61.8 & 0 \\ 0 & 0 & 537.852 \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} 60270 & 7350 & 61450 \\ 7350 & 30870 & 13750 \\ 61450 & 13750 & 1067660 \end{bmatrix}$$

Nota: La masa está expresada en Ton-masa y la rigidez en kN/m y KN/m (1 Ton = 9.81 kN).

haciendo que la matriz de amortiguamiento sea proporcional a la matriz de rigidez, no es necesario definirla, puesto que al desacoplarse la matriz de rigidez, también se desacopla la matriz de amortiguamiento.

Encontrando los coeficientes de los vectores de coordenadas ortogonales $\{n\}$ indicado en la ecuación 66, tenemos:

$$[M^*] = [\phi]^T [M] [\phi] = \begin{bmatrix} M_1^* & & \\ & M_2^* & \\ & & M_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.64 & 0 & 0 \\ 0 & 61.80 & 0 \\ 0 & 0 & 536 \end{bmatrix}$$

Sismo_Resistencia

F. Copa P.

$$K^* = [c]^T [K] [c] = \begin{bmatrix} K_1 & & \\ & K_2 & \\ & & K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58116.71 & 0 & 0 \\ 0 & 29154 & 0 \\ 0 & 0 & 1072314 \end{bmatrix}$$

$$F^* = [c]^T [F] = \begin{bmatrix} 60.01/M_1 & 14.27/M_1 & -33.48/M_1 \\ -14.29/M_2 & 60.12/M_2 & 0.43/M_2 \\ 3.75/M_3 & 0.84/M_3 & 536.81/M_3 \end{bmatrix}$$

Reemplazando estas submatrices en la ecuación 66, encontramos la ecuación del movimiento:

$$\begin{bmatrix} 63.64 & 0 & 0 \\ 0 & 61.80 & 0 \\ 0 & 0 & 536 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 58116.71 & 0 & 0 \\ 0 & 29154 & 0 \\ 0 & 0 & 1072314 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60.01 & 14.27 & -33.48 \\ -14.29 & 60.12 & 0.43 \\ 3.75 & 0.84 & 536.81 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}$$

Efectuando el producto de la ecuación anterior obtenemos las ecuaciones de movimiento desacopladas:

$$\begin{aligned} 63.64\ddot{x}_1 + C_1\dot{x}_1 + 58116.71x_1 &= 60.01\ddot{x}_1 + 14.27\ddot{y}_1 - 33.48\ddot{z}_1 \\ 61.80\ddot{x}_2 + C_2\dot{x}_2 + 29154x_2 &= -14.29\ddot{x}_1 + 60.12\ddot{y}_1 + 0.43\ddot{z}_1 \\ 536\ddot{x}_3 + C_3\dot{x}_3 + 1072314x_3 &= 3.75\ddot{x}_1 + 0.84\ddot{y}_1 + 536.81\ddot{z}_1 \end{aligned}$$

A estas ecuaciones de movimiento desacopladas, se denominan ecuaciones de modos de vibración, cuya solución puede ser encontrada a partir de ellas por el método Tiempo-Historia o por el método espectral. Para este caso utilizaremos el método espectral, cuyo procedimiento consiste en encontrar la respuesta de la estructura en función del espectro de diseño proporcionado por la Norma Sismo-Resistente. Para ello calculamos la frecuencia circular natural de la estructura:

$$\omega_i = \sqrt{K_i/M_i}$$

reemplazando en las ecuaciones 67 y 68, obtenemos los coeficientes de las ecuaciones desacopladas, luego hallamos la frecuencia natural:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{58116.71/63.64} = 30.218 & \text{(segundo modo)} \\ \omega_2 &= \sqrt{29154/61.80} = 21.720 & \text{(primer modo)} \\ \omega_3 &= \sqrt{1072314/536} = 44.728 & \text{(tercer modo)} \end{aligned}$$

Sismo-Resistencia

F. Copa P.

6.2) *Periodos de Vibración de la Estructura.* - Los periodos de vibración respectivos se encuentran en base a la estructura:

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.2079 \text{ seg.}$$

$$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 0.2897 \text{ seg.}$$

$$T_3 = 2\pi/\omega_3 = 0.1405 \text{ seg.}$$

7) RESPUESTA SISMICA DE LA ESTRUCTURA POR EL METODO ESPECTRAL.

La respuesta de la estructura se calcula en base al espectro de diseño (ver sección 6.7.1) de la Norma Sismo-Resistente Nacional, y esta se evalúa con la siguiente expresión.

$$S_{a,i} = \frac{ZUS}{R_d} g C_i \quad (\text{espectro de aceleración})$$

$$S_{v,i} = S_{a,i} / \omega_i \quad (\text{espectro de velocidad})$$

$$S_{d,i} = S_{v,i} / \omega_i = S_{a,i} / \omega_i^2 \quad (\text{espectro de desplazamiento})$$

$$C_i = 0.8 / (T_i / T_s + 1), \quad (\text{espectro de respuesta})$$

en donde: T_i = periodo de vibración del modo i -ésimo de la estructura.

$2\pi/T_i = \omega_i$ = frecuencia circular natural del modo i -ésimo.

T_s = periodo de vibración predominante del suelo.

Z = factor de zona sísmica.

U = factor de uso de la edificación.

S = factor de amplificación del suelo.

R_d = factor de ductibilidad de la estructura.

reemplazando, encontramos los coeficientes de la aceleración:

$$\frac{ZUS}{R_d} g = \frac{(1)(1)(1.2)}{5} = 0.24 g$$

sin embargo, la aceleración del terreno tiene dos componentes: una en la dirección del eje "x" y la otra en el eje "y". En los códigos norteamericanos antisísmicos se

Sismo_Resistencia

F. Copa P.

1ra Hipótesis: 100% en el eje "x" y 30% en el eje "y"

$$\frac{ZUS}{Rd_x} g \times 0.30 = 0.072g$$

2da Hipótesis: 100% en el eje "y" y 30% en el eje "x"

$$\frac{ZUS}{Rd_y} g \times 0.30 = 0.072g$$

CUADRO II (Primera Hipótesis)

Respuesta Sísmica Inercial en el eje "x" 100% y en el eje "y" 30%.

Ti seg	m rad/seg	Ci g m/seg ²	$\frac{S_{axi}}{ZUS C_i} \frac{0.3ZUS}{Rd_x} C_i$ m/seg ²	$\frac{S_{ayi}}{ZUS C_i} \frac{0.3ZUS}{Rd_y} C_i$ m/seg ²	$S_{dxi} = S_{axi} / m_i^2$ m	$S_{dxi} = S_{ayi} / m_i^2$ m
0.2079	30.218	0.4g	0.942	0.2826	0.00103	0.00031
0.2893	21.720	0.4g	0.942	0.2826	0.00199	0.00060
0.1405	44.728	0.4g	0.942	0.2826	0.00047	0.00014

CUADRO III (Segunda Hipótesis)

Respuesta Sísmica Inercial en el eje "y" 100% y 30% en eje "x".

Ti seg	m rad/seg	Ci g m/seg ²	$\frac{S_{axi}}{ZUS C_i} \frac{0.3ZUS}{Rd_x} C_i$ m/seg ²	$\frac{S_{ayi}}{ZUS C_i} \frac{0.3ZUS}{Rd_y} C_i$ m/seg ²	$S_{dxi} = S_{axi} / m_i^2$ m	$S_{dxi} = S_{ayi} / m_i^2$ m
0.2074	30.218	0.4g	0.2826	0.942	0.00031	0.00103
0.2893	21.720	0.4g	0.2826	0.942	0.00060	0.00199
0.1405	44.728	0.4g	0.2826	0.942	0.00014	0.00047

y la respuesta modal calculamos aplicando el principio de superposición. La Respuesta Modal de desplazamientos la

Sismo_Resistencia

F. Copia P

superposición. La Respuesta Modal de desplazamientos la calculamos para cada caso de carga, mediante la siguiente expresión:

$$m_i = \Gamma_{ix} \dot{S}_{axi} + \Gamma_{iy} \dot{S}_{ayi} + \Gamma_{iz} \dot{S}_{azi}$$

la respuesta de velocidad del modo i es:

$$\dot{m}_i = \Gamma_{ix} \dot{S}_{vxi} + \Gamma_{iy} \dot{S}_{vyi} + \Gamma_{iz} \dot{S}_{vzi}$$

y la respuesta de aceleración del modo i -ésimo es:

$$m_i = \Gamma_{ix} S_{axi} + \Gamma_{iy} S_{ayi} + \Gamma_{iz} S_{azi}$$

en los cuadros II y III se han calculado las respuestas para los ejes "x", "y", ya que no se ha considerado la aceleración excitatriz torsional del terreno, debido a ello, no tiene componente espectral $S_{\theta i} = 0$

** Respuesta modal cuando la excitación del terreno es del 100% en el eje "x" y 10% en el eje "y". Del cuadro II y reemplazando por los factores de participación los cuales se obtienen dividiendo entre las masas generalizadas respectivas que se encuentran de las ecuaciones desacopladas y estos son:

$$m_1 = [(60.01)(0.00103) + (14.27)(0.00031)] / 63.64$$

$$m_1 = 0.00104$$

$$m_2 = [(-14.29)(0.00199) + (60.12)(0.00060)] / 61.80$$

$$m_2 = 0.000124$$

$$m_3 = [(3.75)(0.00047) + (0.84)(0.00014)] / 536$$

$$m_3 = 0.00000351$$

RESPUESTA INERCIAL DE LA ESTRUCTURA.

Los desplazamientos del centro de masas, se calcula para cada modo de vibración mediante la transformación de las coordenadas generalizadas $\{n\}$ a coordenadas globales, es decir:

$$\{D\} = \{a\} \{n\}$$

Sustituyendo por sus elementos respectivos:

$$\{D\} = \begin{bmatrix} 0.9710 & -0.2310 & 0.0608 \\ 0.2310 & 0.9730 & 0.0136 \\ -0.0623 & 0.0008 & 0.9980 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00104 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000124 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00000351 \end{bmatrix}$$

$$\{D\} = \begin{bmatrix} 0.00100984 & -0.00002864 & 0.00000021 \\ 0.00024024 & 0.00012063 & 0.00000005 \\ -0.00006479 & 0.00000010 & 0.00000350 \end{bmatrix}$$

las fuerzas inerciales por modos:

$$\{F\} = [K]\{D\}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 6150 & 750 & 6271.2 \\ 750 & 3150 & 1042.8 \\ 6271.2 & 1042.8 & 108944.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00100984 & -0.00002864 & 0.00000021 \\ 0.00024024 & 0.00012063 & 0.00000005 \\ -0.00006479 & 0.00000010 & 0.00000350 \end{bmatrix}$$

$$\{F\} = \begin{bmatrix} 5.984 & -0.085 & 0.023 \\ 1.423 & 0.358 & 0.005 \\ -0.388 & 0.000 & 0.383 \end{bmatrix}$$

la respuesta sísmica total probable por nivel se encuentra aplicando el Reglamento Nacional Sismo-Resistente.

$$\{F_t\} = \left\{ \begin{array}{l} (\sqrt{5.984^2 + (-0.085)^2 + 0.023^2} + |5.984| + |-0.085| + |0.023|)/2 \\ (\sqrt{1.423^2 + 0.358^2 + 0.005^2} + |1.423| + |0.358| + |0.005|)/2 \\ (\sqrt{(-0.388)^2 + 0^2 + 0.383^2} + |-0.388| + |0| + |0.383|)/2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 6.039 \\ 1.627 \\ 0.659 \end{array} \right\}$$

$$\{F_t\} = \left\{ \begin{array}{l} 6.039 \text{ ton} \\ 1.627 \text{ ton} \\ 0.659 \text{ ton} \end{array} \right\}$$

De este modo se ha calculado la respuesta sísmica inercial en el centro de masas (F_t), seguidamente procedemos a distribuir este vector de fuerzas a cada pórtico mediante el análisis tridimensional, para ello calculamos los desplazamientos del centro de masas respectivo:

$$\{D\} = [K]^{-1}\{F_t\}$$

Sismo-Resistencia

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 6150 & 750 & 6271.2 \\ 750 & 3150 & 1402.6 \\ 6271.2 & 1402.6 & 108944.7 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6.039 \\ 1.627 \\ 0.659 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.001003 \\ 0.000303 \\ -0.000056 \end{Bmatrix}$$

El cálculo de los desplazamientos locales de los pórticos se realiza aplicando la ecuación (46).

$$D_{pk} = D_x \cos \beta_k + D_y \sin \beta_k + r d_k D_\theta \sin(\beta_k - \alpha_k)$$

reemplazando por sus valores respectivos de cada pórtico del cuadro I tenemos:

$$\beta_k = 0^\circ, \alpha_k = 270^\circ, r d_k = 3.568 \text{ y } K_{pk} = 3000 \text{ Ton/m}$$

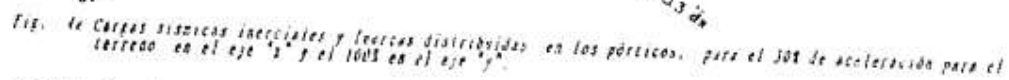
$$D_{pi} = 0.001003(1) + 0.000303(0) + 3.568(-0.000056(1))$$

$$D_{pi} = 0.000804 \text{ m.}$$

y la fuerza restauradora que absorbe este pórtico se calcula con la ecuación (45).



En la figura anterior se muestran los resultados del primer estado sísmico, en donde, se puede verificar el equilibrio de las cargas en el C.M. y la distribución en los pórticos. Del mismo modo se calculan para la otra dirección cuando tenemos una excitación en la base para el eje "x" de 30% y en el eje "y" el 100% de aceleración del terreno. los resultados se muestran en la fig. 4e.



Anexo 6.

Método Jacobi

ANEXO C

EL METODO DE JACOBI

Una solución de la ecuación característica se puede realizar por el Método de Jacobi, el mismo que calcula los valores propios y vectores propios. Este método fue propuesto por Jacobi hace más de 100 años y actualmente es empleado extensamente para la solución de los problemas de valores propios o eigen valores. Este método es aplicable para matrices $[K]$ simétricas, sin ninguna restricción en los valores, considerando a la ecuación matricial característica típica $[K][\phi] = \lambda^2 [\phi]$, la iteración K -ésima es definida con la ecuación matricial de transformación.

$$[K_{k+1}] = [P_k]^T [K_k] [P_k] \quad (ec-a)$$

donde $[P_k]$ es una matriz ortogonal, dando:

$$[P_k]^T [P_k] = [I] \quad (ec-b)$$

En la solución de Jacobi la matriz $[P_k]$ es una matriz de rotación, de manera que los elementos que están fuera de la diagonal y de los elementos i, j son iguales a cero. Para que los elementos (i, j) se reduzcan a cero, la correspondiente matriz ortogonal $[P_k]$, es:

$$[P_k] = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \cos \theta & -\sin \theta \\ & & & & \sin \theta & \cos \theta \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \textcircled{i} & \textcircled{j} \leftarrow \text{COLUMNS} \\ \\ \\ \\ \textcircled{i} \\ \textcircled{j} \leftarrow \text{FILAS} \end{matrix}$$

los elementos que no se muestran son iguales a cero.

(ec-c)

Donde θ es seleccionada con la condición de que los elementos (i, j) de la matriz $[K_{k+1}]$ sean iguales a cero.

Representaremos a los elementos (I,J) de la matriz $[K_k]$ por: $k_{ij}^{(k)}$ (donde el super-índice K indica el número de iteración), que se emplea en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Tang}2\theta = \frac{2k_{ij}^{(k)}}{k_{ii}^{(k)} - k_{jj}^{(k)}} \quad \text{para } K_{ii}^{(k)} = K_{jj}^{(k)}$$

$$\theta = \pi/4, \text{ para: } k_{ii}^{(k)} = k_{jj}^{(k)}$$

APLICACION DEL METODO DE JACOBI

De la ecuación, matricial característica tenemos, que:

$$\text{DET} ([K][\phi] - w^2 [M][\phi]) = 0$$

$$\text{DET} ([M]^{-1}([K][\phi] - w^2 [M][\phi])) = 0$$

$$[A][\phi] = 0 [\phi]$$

EJEMPLO DE APLICACION DEL METODO DE JACOBI *(Se hace con J17286)*

Desacoplar la ecuación de la matriz $[A]$, la cual es simétrica.

$$[A]^{(0)} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -3 & 6 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz Simétrica}$$

Primera Iteración. - Se hacen cero los coeficientes a_{12} , a_{21} (el super-índice K=0) :

$$I = 1 \quad a_{11}^{(0)} = 2$$

$$J = 2 \quad a_{22}^{(0)} = 6$$

$$a_{12}^{(0)} = -3$$

$$\text{Tang}2\theta = \frac{2 a_{12}^{(k)}}{a_{11}^{(k)} - a_{22}^{(k)}} = \frac{2(-3)}{2-6} = \frac{-6}{-4} = 1.5$$

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{1}{2} \text{ARCTG}(1.5) \\ \theta &= 28.1549^\circ \\ \cos\theta &= 0.881675 \\ \sin\theta &= 0.471858\end{aligned}$$

Luego la matriz de transformación es:

$$[P_0] = \begin{bmatrix} 0.881675 & -0.471858 & 0 & 0 \\ 0.471858 & 0.881675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Efectuando el triple producto matricial expresado en la ecuación (a) encontramos el nuevo valor de la matriz: $[A]^{(1)}$

$$[A]^{(1)} = [P_0]^T [A]^{(0)} [P_0]$$

desarrollando el producto:

$$\begin{bmatrix} 0.881675 & 0.471858 & 0 & 0 \\ -0.471858 & 0.881675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -3 & 6 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 6 & -3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.881675 & -0.471858 & 0 & 0 \\ 0.471858 & 0.881675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.3477769 & 0.186123 & -1.2740 & 0.471858 \\ -3.5887 & 6.7036 & -3.1169 & 0.881675 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.881675 & -0.471858 & 0 & 0 \\ 0.471858 & 0.881675 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A]^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.394400 & 0 & -0.5338 & 0.471856 \\ 0 & 7.605500 & -3.1168 & 0.881675 \\ -0.533800 & -3.116800 & 6 & -3 \\ 0.471858 & 0.881675 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

y la matriz de vectores propios es

$$[\phi] = [P_0].$$

Fin de la primera iteración.

Segunda iteración. - Se hacen ceros los coeficientes a_{13} , a_{31}
(El super-índice $K=1$)

$$I = 1 \quad a_{11}^{(1)} = 0.3944$$

$$J = 3 \quad a_{33}^{(1)} = 6$$

$$a_{1J}^{(1)} = -0.5338$$

$$\text{Tang}2\theta = \frac{2a_{1J}^{(K)}}{a_{11}^{(K)} - a_{JJ}^{(K)}} = \frac{2(-0.5338)}{0.3944 - 6} = \frac{-1.0676}{-5.6056} = 0.190452$$

Anexo

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{1}{2} \text{ARCTG} (0.190452) = \frac{1}{2} (10.78) \\ \theta &= 5.39148 \\ \cos \theta &= 0.995576 \\ \sin \theta &= 0.093968\end{aligned}$$

Luego la matriz de transformación, es:

$$[P_1] = \begin{bmatrix} 0.995576 & 0 & -0.09396 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.09396 & 0 & 0.995576 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Luego el nuevo valor de $A^{(2)}$ es:

$$[A]^{(2)} = [P_1]^T [A]^{(1)} [P_1]$$

$$\begin{bmatrix} 0.995576 & 0 & 0.09396 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.09396 & 0 & 0.995576 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3341 & 0 & -0.5338 & 0.471856 \\ 0 & 7.6055 & -3.1168 & 0.881675 \\ -0.5338 & -3.1168 & 6 & -3 \\ 0.471856 & 0.881675 & -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.995576 & 0 & -0.09396 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.09396 & 0 & 0.995576 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

efectuando el triple producto queda:

$$[A]^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.344051 & -0.292919 & 0 & 0.187035 \\ -0.292919 & 7.60555 & -3.10309 & 0.881675 \\ 0 & -3.10309 & 6.0504 & -3.03107 \\ 0.187835 & 0.881675 & -3.03107 & 4 \end{bmatrix}$$

y la matriz de vectores propios

$$[a] = [P_0][P_1] = \begin{bmatrix} 0.87777 & -0.47186 & -0.08286 & 0.00000 \\ 0.46977 & 0.88167 & -0.4434 & 0.00000 \\ 0.09398 & 0.00000 & 0.99557 & 0.00000 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.00000 & 1.00000 \end{bmatrix}$$

Fin de la segunda iteración.

Y así sucesivamente, se sigue, hasta obtener una tolerancia relativa de: $\text{err} = 0.0001$, sin embargo, como ilustración proporcionaremos las dos últimas iteraciones:

Iteración 17:

Matriz de Transformación.

$$[P_{16}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.604E-06 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La Matriz de Valores Propios.

$$\{A\}^{(11)} = \begin{bmatrix} 0.3176 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 11.0269 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 5.0827 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.5728 \end{bmatrix}$$

La Matriz de Vectores Propios.

$$\{u\} = \begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.4 \end{bmatrix} \{P_1\} = \begin{bmatrix} 0.85603 & -0.27663 & -0.42148 & -0.11420 \\ 0.50569 & 0.61899 & 0.56636 & 0.20092 \\ 0.07691 & -0.64011 & 0.39978 & 0.65156 \\ -0.07467 & 0.36137 & -0.58461 & 0.72254 \end{bmatrix}$$

finalmente, la iteración 18, es la última:

Iteración 18: Matriz de Transformación.

$$\{P_{17}\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.120E-08 & 1.120E-08 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La Matriz de Valores Propios.

$$\{A\}^{(18)} = \begin{bmatrix} 0.3176 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 11.0269 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 5.0827 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 1.5728 \end{bmatrix}$$

La Matriz de Vectores Propios.

$$\{u\} = \begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.4 \end{bmatrix} \{P_1\} = \begin{bmatrix} 0.85603 & -0.27663 & -0.42148 & -0.11420 \\ 0.50569 & 0.61899 & 0.56636 & 0.20092 \\ 0.07691 & -0.64011 & 0.39978 & 0.65156 \\ -0.07467 & 0.36137 & -0.58461 & 0.72254 \end{bmatrix}$$

- notas.- 1 La matriz de valores propios se encuentra mediante la productoria de las matrices de transformación.
- 2 Generalmente la matriz $\{A\}$ se hace igual a la matriz de rigidez.
- 3 Cuando la matriz de rigidez sea de un orden mayor, el proceso de Jacobi demandará un mayor número de iteraciones para su convergencia.